



LAND
BRANDENBURG

Ministerium für Bildung,
Jugend und Sport

Rahmenlehrplan

für den Unterricht im Wahlbereich zum
Erwerb der Fachhochschulreife in den
Fachschulen Technik und Wirtschaft

im Land Brandenburg



Mathematik

Impressum

Erarbeitung

Dieser Rahmenlehrplan wurde vom Landesinstitut für Schule und Medien Berlin-Brandenburg (LISUM) erarbeitet.

Herausgeber

Ministerium für Bildung, Jugend und Sport des Landes Brandenburg

Gültigkeit des Rahmenlehrplans

Gültig ab 1. August 2023

Ministerium für Bildung, Jugend und Sport des Landes Brandenburg 2023
<https://creativecommons.org/licenses/by-nd/4.0/deed.de>



Inhalt

Vorbemerkungen	5
1 Bildungsauftrag im Fach Mathematik der Fachschule	6
1.1 Grundsätze	6
1.2 Leistungsfeststellung und Leistungsbewertung	6
2 Beitrag des Faches Mathematik zum Kompetenzerwerb	7
2.1 Fachprofil	7
2.2 Fachbezogene Kompetenzen	9
3 Eingangsvoraussetzungen und Abschlussprofil	12
3.1 Eingangsvoraussetzungen	12
3.1.1 Prozessbezogene Eingangsvoraussetzungen (Kompetenzen)	12
3.1.2 Inhaltsbezogene Eingangsvoraussetzungen (Leitideen)	14
3.2 Abschlussprofil	15
3.2.1 Allgemeine mathematische Kompetenzen	16
3.2.2 Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	20
4 Themen und Inhalte	23

Vorbemerkungen

Der Unterricht im Fach Mathematik im Wahlbereich zum Erwerb der Fachhochschulreife vermittelt fachliche Kenntnisse und Fähigkeiten und erweitert die allgemeine Bildung. Die Schülerinnen und Schüler entwickeln vertiefte berufliche Fachbildung und zusätzliche studienqualifizierende Kompetenzen, die zum Ziel haben, exemplarische Handlungssituationen des Arbeitsprozesses sicher zu beherrschen.

Die Schülerinnen und Schüler erhalten die Möglichkeit, ihre bisher erworbenen Kenntnisse weiterzuentwickeln, zu stärken und zu festigen. Sie erwerben und vertiefen fachbezogen und fachübergreifend Grundlagen für wissenschaftspropädeutisches Arbeiten und bewältigen zunehmend komplexe Aufgabenstellungen. Dabei wenden sie fachliche und methodische Kenntnisse und Fertigkeiten mit wachsender Sicherheit selbstständig an. Notwendig ist darüber hinaus die Hinführung zur Bearbeitung umfangreicher Aufgaben im Hinblick auf die Anforderungen der Fachhochschulreifeprüfung.

1 Bildungsauftrag im Fach Mathematik der Fachschulen

1.1 Grundsätze

Die Fachschule ist im Deutschen Qualifikationsrahmen für lebenslanges Lernen (DQR) der Niveaustufe 6 zugeordnet. Die in diesem Rahmenlehrplan beschriebenen Kompetenzen sind an das Niveau der Fachoberschule und der Prüfung zur Erlangung der Fachhochschulreife angepasst, die laut DQR auf Niveaustufe 4 eingeordnet sind. Dabei werden Kompetenzen beschrieben, die zur selbstständigen Planung und Bearbeitung fachlicher Aufgabenstellungen in einem umfassenden, sich verändernden Lernbereich oder beruflichen Tätigkeitsfeld benötigt werden. Damit einher geht eine vertiefte allgemeine Bildung in Verbindung mit berufsbezogenen fachtheoretischen Kenntnissen. Vor diesem Hintergrund wird im vorliegenden Rahmenlehrplan auf das Kompetenzmodell der Allgemeinen Hochschulreife zurückgegriffen. Tiefe und Umfang der zu erreichenden Kompetenzen auf dem Niveau der Fachhochschulreife werden durch das Abschlussprofil festgelegt.

1.2 Leistungsfeststellung und Leistungsbewertung

Wichtig für die persönliche Entwicklung der Schülerinnen und Schüler ist eine individuelle Beratung, die ihre Stärken aufgreift und Lernergebnisse nutzt, um Lernfortschritte auf der Grundlage nachvollziehbarer Anforderungs- und Bewertungskriterien zu beschreiben und zu fördern.

So lernen die Schülerinnen und Schüler, ihre eigenen Stärken und Schwächen sowie die Qualität ihrer Leistungen realistisch einzuschätzen und Rückmeldungen und Beratung als Chance für die persönliche Weiterentwicklung zu verstehen. Sie lernen außerdem, anderen Menschen faire und sachliche Rückmeldungen zu geben, die für eine produktive Zusammenarbeit und ein erfolgreiches Handeln unerlässlich sind.

Die Anforderungen in Aufgabenstellungen orientieren sich im Verlauf des Unterrichts im Fach Mathematik zunehmend an der Vertiefung von Kompetenzen und dem im Rahmenlehrplan beschriebenen Abschlussprofil sowie an den Aufgabenformen und der Dauer der Fachhochschulreifeprüfung. Die Aufgabenstellungen sind so offen, dass sie den Schülerinnen und Schülern selbstständige Lösungen, Gestaltungen oder Deutungen, Folgerungen, Verallgemeinerungen, Begründungen und Wertungen abverlangen. Die von den Schülerinnen und Schülern geforderten Leistungen orientieren sich an lebens- und arbeitsweltbezogenen Textformaten und Aufgabenstellungen, die einen Beitrag zur Vorbereitung auf das Studium und die spätere berufliche Tätigkeit liefern.

Schriftliche Arbeiten fördern in besonderer Weise bewusstes methodisches Vorgehen und motivieren zu eigenständigem Lernen und Forschen.

Auch den mündlichen Leistungen kommt eine große Bedeutung zu. In Gruppen und einzeln erhalten die Schülerinnen und Schüler Gelegenheit, ihre Fähigkeit zu reflektiertem und sachlichem Diskurs und Vortrag und zum mediengestützten Präsentieren von Ergebnissen unter Beweis zu stellen.

2 Beitrag des Faches Mathematik zum Kompetenzerwerb

2.1 Fachprofil

Der Erwerb mathematischer Bildung im Fach Mathematik vollzieht sich mit zwei Perspektiven:

- Die Schülerinnen und Schüler erwerben mathematische Kompetenzen, mit denen sie Probleme im Alltag und in ihrem zukünftigen Beruf bewältigen können. Sie erkennen die Rolle, die mathematisches Denken in der Welt spielt. Dabei vertiefen sie die in der Sekundarstufe I erworbene mathematische Bildung.
- Die Schülerinnen und Schüler erwerben mathematische Kompetenzen, die sie zu einem Hochschulstudium in einem mehr oder weniger mathematikintensiven Fach befähigen. Sie erleben und erarbeiten dabei propädeutisch Strukturen und Prozesse wissenschaftlichen Denkens und Arbeitens im Fach Mathematik, auch unter Nutzung digitaler Werkzeuge.

Mathematische Bildung muss sich daran messen lassen, inwieweit die bzw. der Einzelne in der Lage und bereit ist, diese Bildung für ein wirksames und verantwortliches Handeln einzusetzen. Zur mathematischen Bildung gehört somit auch die Fähigkeit, mathematische Fragestellungen im Alltag zu erkennen, mathematisches Wissen funktional, flexibel und mit Einsicht zur Bearbeitung vielfältiger innermathematischer und kontextbezogener Probleme einzusetzen und begründete mathematische Urteile abzugeben.

In diesem Sinne zeigt sich mathematische Bildung an einer Reihe von Kompetenzen, die sich auf Prozesse mathematischen Denkens und Arbeitens beziehen. Dies sind im Einzelnen die Kompetenz, die Wirklichkeit mit mathematischen Mitteln zu beschreiben (Modellieren), mathematisch fassbare Probleme zu strukturieren und erfolgreich zu bearbeiten (Problemlösen), schlüssige Begründungen zu suchen und sorgfältig zu prüfen (Argumentieren), mathematische Informationen und Argumente aufzunehmen und verständlich weiterzugeben (Kommunizieren) und gemeinsam an mathematischen Problemen zu arbeiten. Bei all diesen Tätigkeiten ist es unabdingbar, sich mathematischer (symbolischer und grafischer) Darstellungsweisen zu bedienen und Begriffe, mathematische Verfahren und Werkzeuge zu beherrschen.

Die genannten Kompetenzen bilden sich durch die aktive Auseinandersetzung mit konkreten Inhalten und Fragestellungen aus. Diese sollen die zentralen Ideen des Faches Mathematik widerspiegeln, sich aber auch an der Fachrichtung des Bildungsganges orientieren. Solche zentralen Ideen haben sich in der Kulturgeschichte des Menschen in der über Jahrtausende währenden Auseinandersetzung mit Mathematik herausgebildet: Die Mathematik beschäftigt sich von Anfang an mit der Idee der Zahl und der Idee des räumlichen Strukturierens. Beide Ideen fließen zusammen in der Leitidee des Messens. Die Idee des Algorithmus gewinnt im Rahmen von Anwendungen in der Naturwissenschaft und Technik zunehmend an Bedeutung.

Ebenfalls herausgebildet haben sich in den letzten Jahrhunderten die Leitidee, den Zufall mit Mitteln der Mathematik zu erfassen und empirisch gewonnene Daten mit mathematischen Verfahren zu untersuchen, sowie die Leitidee, funktionale Zusammenhänge in allen Bereichen der Mathematik mit einer gemeinsamen Sprache zu beschreiben.

Diese Leitideen sind Kristallisationspunkte der Auseinandersetzung mit mathematischen Fragen, sie durchziehen und vernetzen alle Inhaltsbereiche. Sie dienen als strukturierende Elemente für die Beschreibung der vielfältigen, auf konkrete mathematische Inhalte bezogenen Kompetenzen, die die Schülerinnen und Schüler im Mathematikunterricht erwerben sollen.

Mathematische Bildung zeigt sich erst im Zusammenspiel von Kompetenzen, die sich auf mathematische Prozesse beziehen, und solchen, die auf mathematische Inhalte ausgerichtet sind. Diese Kompetenzen sind miteinander verzahnt:

Allgemeine mathematische Kompetenzen werden bei der Beschäftigung mit konkreten Lerninhalten, also unter Nutzung inhaltsbezogener Kompetenzen, erworben und weiterentwickelt.

Inhaltsbezogene Kompetenzen wiederum werden durch problemlösende Auseinandersetzung mit inner- und außermathematischen Problemen und durch schlüssiges Argumentieren, also unter Nutzung allgemeiner mathematischer Kompetenzen, erworben. Der Mathematikunterricht fördert den Erwerb der beschriebenen Kompetenzen, indem er drei sich jeweils ergänzende Grunderfahrungen (nach H. Winter) von Mathematik ermöglicht:

- Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen
- mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen, als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art kennenzulernen und zu begreifen
- in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten zu erwerben, die über die Mathematik hinausgehen (heuristische Fähigkeiten)












Im Sinne dieser drei Grunderfahrungen sollen die Schülerinnen und Schüler Mathematik als lebendiges, kulturelles und geistiges Produkt erleben, aber ebenso als aktiven Prozess der Auseinandersetzung mit gehaltvollen Problemen.

Die Integration digitaler Werkzeuge in den Mathematikunterricht ist nicht nur durch die von digitalen Medien geprägte Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler und hinsichtlich des Ausbaus der in der Sekundarstufe I erworbenen Kompetenzen im Bereich der Medienbildung geboten, sondern kann insbesondere auch im Hinblick auf die Entwicklung der allgemeinen mathematischen Kompetenzen unterstützend wirken.

Unter digitalen Werkzeugen werden computergestützte mathematische Hilfsmittel (z. B. Tabellenkalkulationsprogramme, Dynamische-Geometrie-Software, Computeralgebrasysteme, Software zur Darstellung von Funktionsgraphen), unabhängig von der verwendeten Hardware (z. B. Desktop-Computer, Tablets, Handhelds, Smartphones), verstanden.

2.2 Fachbezogene Kompetenzen

Die unter 2.1 beschriebenen Kompetenzen sind nachfolgend tabellarisch zusammengefasst:

Allgemeine mathematische Kompetenzen	Leitideen
 Mathematisch argumentieren [K1]	 Algorithmus und Zahl [L1]
 Probleme mathematisch lösen [K2]	 Messen [L2]
 Mathematisch modellieren [K3]	 Raum und Form [L3]
 Mathematische Darstellungen verwenden [K4]	 Funktionaler Zusammenhang [L4]
 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen [K5]	 Daten und Zufall [L5]
 Mathematisch kommunizieren [K6]	

Anforderungsbereiche	
Anforderungsbereich I: Reproduzieren	Dieser Anforderungsbereich umfasst die Wiedergabe und direkte Anwendung von grundlegenden Begriffen, Sätzen und Verfahren in einem abgegrenzten Gebiet und einem wiederholenden Zusammenhang.
Anforderungsbereich II: Zusammenhänge Herstellen	Dieser Anforderungsbereich umfasst das Bearbeiten bekannter Sachverhalte, indem Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten verknüpft werden, die in der Auseinandersetzung mit Mathematik auf verschiedenen Gebieten erworben wurden.
Anforderungsbereich III: Verallgemeinern und Reflektieren	Dieser Anforderungsbereich umfasst das Bearbeiten komplexer Gegebenheiten u. a. mit dem Ziel, zu eigenen Problemformulierungen, Lösungen, Begründungen, Folgerungen, Interpretationen oder Wertungen zu gelangen.

Den Zusammenhang der allgemeinen mathematischen Kompetenzen, der Leitideen und der Anforderungsbereiche verdeutlicht folgende Abbildung:

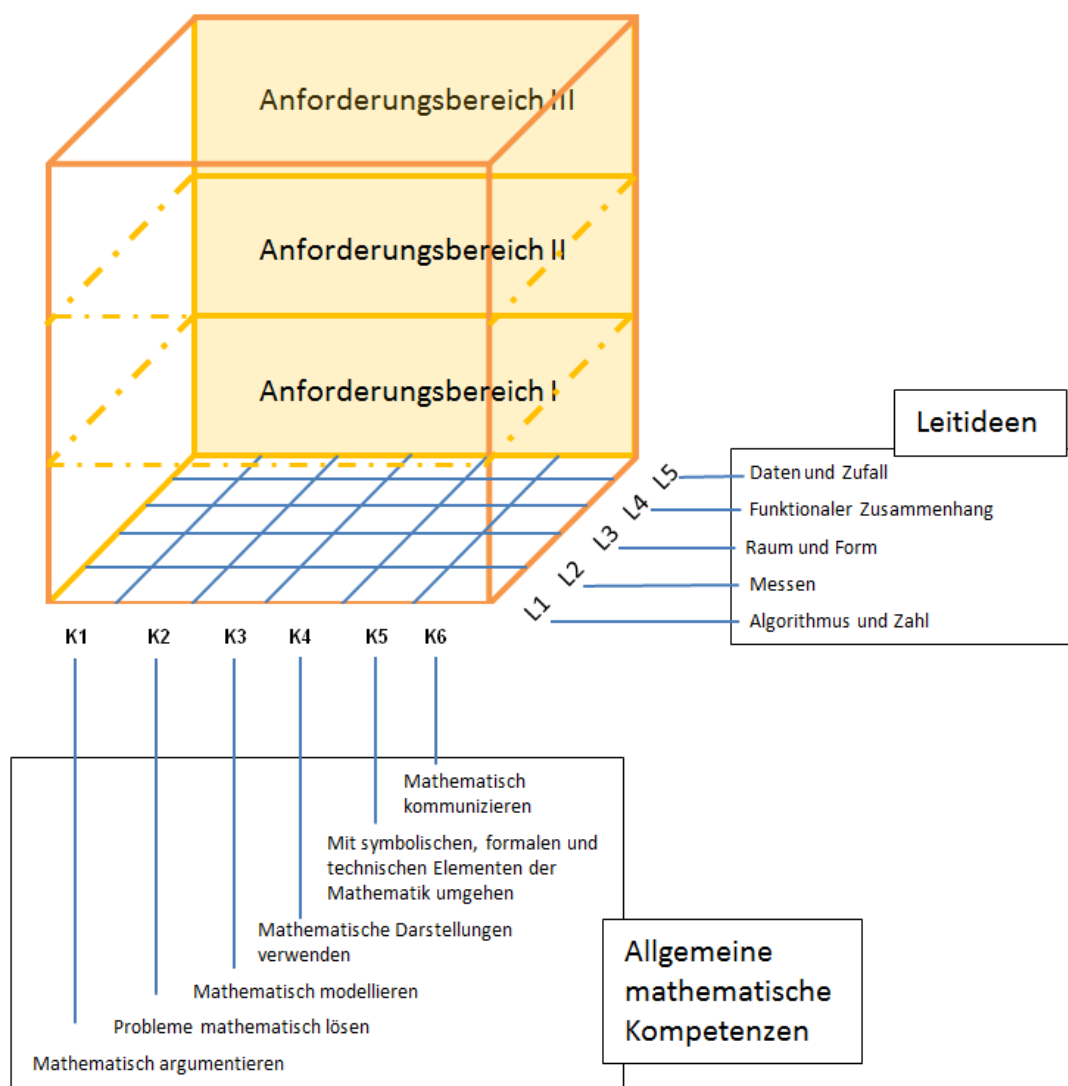


Abbildung: Kompetenzmodell, © Kultusministerkonferenz, Hrsg., 2012.
 Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife, S. 11¹

Der Erwerb der allgemeinen mathematischen Kompetenzen erfolgt nur durch eine aktive Auseinandersetzung mit den Fachinhalten durch die Lernenden. Durch unterschiedlich hohe Anforderungen an die Lernenden werden die kognitiven Ansprüche von kompetenzbezogenen mathematischen Aktivitäten variiert. Hier bieten sich Möglichkeiten für die Differenzierung und Individualisierung des Mathematikunterrichts. Allgemeine mathematische Kompetenzen und Leitideen sind untrennbar miteinander verknüpft, d. h. die allgemeinen mathematischen Kompetenzen manifestieren sich in jedem einzelnen mathematischen Inhalt (in der Abbildung angedeutet).

Man wird erst dann vom hinreichenden Erwerb einer allgemeinen mathematischen Kompetenz sprechen, wenn diese an ganz unterschiedlichen Leitideen in allen drei Anforderungsbereichen erfolgreich eingesetzt werden kann.

¹ Kultusministerkonferenz, Hrsg., 2012. Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife. Bonn (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.10.2012)

Im Unterricht ist für den Erwerb der Kompetenzen auf eine Vernetzung der Inhalte der Mathematik untereinander und mit anderen Fächern zu achten. Aufgaben mit Anwendungen aus der Lebenswelt und innermathematische Aufgaben haben die gleiche Wichtigkeit und Wertigkeit.

Der jeweilige Fachrichtungsbezug der einzelnen Fachschulen soll durch eine geeignete Auswahl der Unterrichtsinhalte und durch entsprechende Anwendungsaufgaben Berücksichtigung finden.

3 Eingangsvoraussetzungen und Abschlussprofil

3.1 Eingangsvoraussetzungen

Für einen erfolgreichen Kompetenzerwerb in der Fachschule sollten die Schülerinnen und Schüler bereits zu Beginn bestimmte fachliche Anforderungen bewältigen können. Diese sind in den Eingangsvoraussetzungen dargestellt. Den Schülerinnen und Schülern ermöglichen sie, sich ihres Leistungsstandes zu vergewissern. Die Lehrkräfte nutzen sie für differenzierende Lernarrangements sowie zur individuellen Lernberatung.

In den Bildungsstandards für den mittleren Bildungsabschluss im Fach Mathematik ist festgelegt, welche Kompetenzen von den Schülerinnen und Schülern am Ende der Jahrgangsstufe 10 erwartet werden. Im Land Brandenburg orientieren sich die erwarteten mathematischen Kompetenzen am Beginn des Fachs Mathematik im Wahlbereich am aktuellen Rahmenlehrplan der Jahrgangsstufen 1-10 im Fach Mathematik und sind durch die folgenden Tabellen präzisiert.

3.1.1 Prozessbezogene Eingangsvoraussetzungen (Kompetenzen)



Mathematisch argumentieren [K1]

Die Schülerinnen und Schüler

- erkunden mathematische Situationen und stellen Vermutungen auf
- begründen die Plausibilität von Vermutungen oder widerlegen diese durch Angabe von Beispielen oder Gegenbeispielen
- entwickeln ein- oder mehrschrittige schlüssige Argumentationen zur Begründung mathematischer Aussagen
- hinterfragen Argumentationen und Begründungen kritisch, finden und korrigieren Fehler



Probleme mathematisch lösen [K2]

Die Schülerinnen und Schüler

- untersuchen Muster und Beziehungen bei Zahlen und Figuren und finden mögliche mathematische Problemstellungen
- geben inner- und außermathematische Problemstellungen in eigenen Worten wieder, strukturieren sie und entnehmen ihnen die relevanten Größen
- vereinfachen Probleme, bilden und untersuchen Beispiele
- finden und nutzen geeignete Darstellungen und Hilfsgrößen (z. B. Hilfslinien, Strukturierung des Lösungsweges, Variablen)
- verwenden heuristische Strategien (wie z. B. Zeichnen einer informativen Figur, Zurückführen auf Bekanntes)
- reflektieren Lösungswege und überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen



Mathematisch modellieren [K3]

Die Schülerinnen und Schüler

- strukturieren und reduzieren den Komplexitätsgrad von Realsituationen, sodass diese mathematisch zugänglich werden, und reflektieren die Vereinfachungen
- beschreiben reale Situationen mit mathematischen Modellen (Terme, Funktionen, Figuren, Diagramme, Graphen, Zufallsversuche u. a.)
- interpretieren und prüfen Ergebnisse einer Modellierung
- überprüfen Modelle auf ihre Gültigkeit oder Grenzen und verwerfen oder verbessern sie gegebenenfalls
- geben zu einem mathematischen Modell passende Realsituationen an



Mathematische Darstellungen verwenden [K4]

Die Schülerinnen und Schüler

- interpretieren verschiedene mathematische Darstellungen (verbale, numerische, grafische und symbolische)
- wählen je nach Situation und Zweck geeignete Darstellungsformen aus oder übersetzen zwischen ihnen
- erkennen Beziehungen und reflektieren Unterschiede zwischen ihnen



Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen [K5]

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden Variablen, Terme und Gleichungen zum Strukturieren von Informationen, zum Modellieren und Problemlösen und zum Übersetzen zwischen symbolischer und natürlicher Sprache
- führen algorithmische Verfahren aus, reflektieren deren Anwendung und überprüfen die Ergebnisse
- setzen mathematische Hilfsmittel und Werkzeuge (wie Formelsammlungen und Taschenrechner) beim Problemlösen ein



Mathematisch kommunizieren [K6]

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und reflektieren mathematische Informationen in mathemathikhaltigen Darstellungen und in nicht aufbereiteten, authentischen Texten (z. B. aus Zeitungen)
- stellen Zusammenhänge adressatengerecht mit eigenen Worten dar und präzisieren sie mit geeigneten Fachbegriffen
- erläutern eigene Problembearbeitungen und Einsichten sowie mathematische Prozesse
- dokumentieren Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse, stellen diese verständlich dar und präsentieren sie auch unter Nutzung geeigneter Medien
- organisieren die gemeinsame Arbeit an mathematischen Problemen

3.1.2 Inhaltsbezogene Eingangsvoraussetzungen (Leitideen)

1/2

Algorithmus und Zahl [L1]

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Zahlen der Situation angemessen als Brüche, Dezimalzahlen, Prozentzahlen und in Zehnerpotenzschreibweise dar, runden Dezimalzahlen sachgerecht und verwenden Darstellungen irrationaler Anteile (z. B. 5π , $3 \cdot \sqrt{7}$)
- verwenden natürliche, ganze, gebrochene und reelle Zahlen zur Darstellung mathematischer Situationen und wenden diese zur Lösung von Problemen an
- führen Rechnungen und Überschlagsrechnungen im Kopf durch und nutzen Rechengesetze zum vorteilhaften Rechnen
- erläutern und reflektieren die Verwendung von negativen Zahlen und die Eigenschaften von irrationalen Zahlen an Beispielen
- lösen Potenzgleichungen unter Nutzung der entsprechenden Gesetze
- lösen lineare (2,2)-Gleichungssysteme



Messen [L2]

Die Schülerinnen und Schüler

- messen Strecken und Winkel
- berechnen Flächeninhalt und Umfang von zusammengesetzten Figuren, Volumen und Oberflächeninhalt von Prismen, Pyramiden, Kegeln und Kugeln sowie von zusammengesetzten Körpern
- beschreiben qualitativ das Änderungsverhalten eines Funktionsgraphen durch eine Skizze des Graphen
- bestimmen Steigungen von linearen Funktionsgraphen zeichnerisch



Raum und Form [L3]

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben geometrische Objekte unter Verwendung von Ober- und Unterbegriffen und den definierenden Eigenschaften
- berechnen Größen und begründen Eigenschaften von Figuren mithilfe von Symmetrie, einfachen Winkelsätzen, Kongruenz, Ähnlichkeit, trigonometrischen Beziehungen, dem Satz des Thales und dem Satz des Pythagoras



Funktionaler Zusammenhang [L4]

Die Schülerinnen und Schüler

- wechseln zwischen unterschiedlichen Darstellungen quadratischer Funktionen, u. a. als Produkt von Linearfaktoren
- beschreiben qualitativ das Änderungsverhalten eines Funktionsgraphen (ohne Zuhilfenahme der grafischen Darstellung)
- identifizieren proportionale, umgekehrt proportionale, lineare und quadratische Zusammenhänge in tabellarischer, grafischer und symbolischer Darstellung, wechseln zwischen den Darstellungsformen und verwenden sie zur Lösung von Anwendungsaufgaben
- verwenden Prozentdarstellungen, Potenzen und Wurzeln zur Lösung inner- und außer-mathematischer Probleme



Daten und Zufall [L5]

Die Schülerinnen und Schüler

- planen statistische Erhebungen, nutzen Methoden der Erfassung und Darstellung von Daten (Säulen- und Kreisdiagramme) und bewerten Darstellungen kritisch
- bestimmen relative Häufigkeiten und den arithmetischen Mittelwert
- bestimmen Wahrscheinlichkeiten mithilfe von Laplace-Regel, Baumdiagrammen sowie Pfadregeln und wenden diese an
- nutzen Häufigkeiten zum Schätzen von Wahrscheinlichkeiten und Wahrscheinlichkeiten zur Vorhersage von Häufigkeiten
- nutzen kombinatorische Überlegungen zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten

3.2 Abschlussprofil

Für das Fach Mathematik werden auch im Abschlussprofil die sechs allgemeinen mathematischen Kompetenzen unterschieden, die das Spektrum mathematischen Arbeitens in hinreichender Breite erfassen. Es ist charakteristisch, dass mehrere dieser Kompetenzen im Verbund benötigt werden. Eine scharfe Abgrenzung der einzelnen Kompetenzen ist nicht möglich.

Im Folgenden werden die sechs allgemeinen mathematischen Kompetenzen unter Beachtung der unterschiedlich hohen Anforderungen an die Lernenden näher beschrieben (3.2.1). Diese Kompetenzen sind immer untrennbar mit den mathematischen Inhalten verbunden, die anschließend in den Leitideen konkretisiert werden (3.2.2).

3.2.1 Allgemeine mathematische Kompetenzen



Mathematisch argumentieren [K1]

Zu dieser Kompetenz gehören sowohl das Entwickeln eigenständiger, situationsangemessener mathematischer Argumentationen und Vermutungen als auch das Verstehen und Bewerten gegebener mathematischer Aussagen. Das Spektrum reicht dabei von einfachen Plausibilitätsargumenten bis hin zu inhaltlich-anschaulichen Begründungen. Typische Formulierungen, die auf die Kompetenz des Argumentierens hinweisen, sind beispielsweise „Begründen Sie!“, „Widerlegen Sie!“, „Gibt es?“ oder „Gilt das immer?“.

Die Anforderungen zu dieser Kompetenz lassen sich unter Berücksichtigung des steigenden Schwierigkeitsgrades wie folgt beschreiben:

Die Schülerinnen und Schüler können

- Routineargumentationen (bekannte Sätze, Verfahren, Herleitungen usw.) wiedergeben und anwenden
- Argumentationen auf der Basis von Alltagswissen führen
- einfache rechnerische Begründungen geben oder einfache logische Schlussfolgerungen ziehen
- überschaubare mehrschrittige Argumentationen und logische Schlüsse nachvollziehen, erläutern oder entwickeln
- anspruchsvolle Argumentationen nutzen oder entwickeln
- verschiedene Argumente nach Kriterien wie Reichweite und Schlüssigkeit bewerten



Probleme mathematisch lösen [K2]

Diese Kompetenz beinhaltet, ausgehend vom Erkennen und Formulieren mathematischer Probleme, das Auswählen geeigneter Lösungsstrategien sowie das Finden und Ausführen geeigneter Lösungswege. Das Spektrum reicht von der Anwendung bekannter bis zum Finden neuer Strategien. Heuristische Prinzipien, wie z. B. „Skizze anfertigen“, „systematisch probieren“, „zerlegen und ergänzen“, „Symmetrien verwenden“, „Extremalprinzip“, „Invarianten finden“ sowie „vorwärts und rückwärts arbeiten“, werden gezielt ausgewählt und angewendet.

Die Anforderungen zu dieser Kompetenz lassen sich unter Berücksichtigung des steigenden Schwierigkeitsgrades wie folgt beschreiben:

Die Schülerinnen und Schüler können

- einfache mathematische Aufgaben durch Identifikation und Auswahl einer naheliegenden Strategie lösen, z. B. durch Analogiebetrachtung
- einen Lösungsweg zu einer Problemstellung finden, z. B. durch ein mehrschrittiges, strategiegestütztes Vorgehen
- eine Strategie zur Lösung eines komplexeren Problems entwickeln und anwenden, z. B. zur Verallgemeinerung einer Schlussfolgerung oder zur Beurteilung verschiedener Lösungswege



Mathematisch modellieren [K3]

Hier geht es um den Wechsel zwischen Realsituationen und mathematischen Begriffen, Resultaten oder Methoden. Hierzu gehört sowohl das Konstruieren passender mathematischer Modelle als auch das Verstehen oder Bewerten vorgegebener Modelle. Typische Teilschritte des Modellierens sind das Strukturieren und Vereinfachen gegebener Realsituationen, das Übersetzen realer Gegebenheiten in mathematische Modelle, das Interpretieren mathematischer Ergebnisse in Bezug auf Realsituationen und das Überprüfen von Ergebnissen im Hinblick auf Stimmigkeit und Angemessenheit bezogen auf die Realsituation. Das Spektrum reicht von Standardmodellen (z. B. bei linearen Zusammenhängen) bis zu komplexeren Modellierungen.

Die Anforderungen zu dieser Kompetenz lassen sich unter Berücksichtigung des steigenden Schwierigkeitsgrades wie folgt beschreiben:

Die Schülerinnen und Schüler können

- vertraute und direkt erkennbare Modelle anwenden
- eine Realsituation direkt in ein mathematisches Modell überführen
- ein mathematisches Resultat auf eine gegebene Realsituation übertragen
- mehrschrittige Modellierungen mit wenigen und klar formulierten Einschränkungen vornehmen
- Ergebnisse einer solchen Modellierung interpretieren
- ein mathematisches Modell an veränderte Umstände anpassen
- eine komplexe Realsituation modellieren, wobei Variablen und Bedingungen festgelegt werden müssen
- mathematische Modelle im Kontext einer Realsituation überprüfen, vergleichen und bewerten



Mathematische Darstellungen verwenden [K4]

Diese Kompetenz umfasst das Auswählen geeigneter Darstellungsformen, das Erzeugen mathematischer Darstellungen und das Umgehen mit gegebenen Darstellungen. Hierzu zählen Diagramme, Graphen und Tabellen ebenso wie Formeln. Das Spektrum reicht von Standarddarstellungen – wie Wertetabellen – bis hin zu eigenen Darstellungen, die dem Strukturieren und Dokumentieren individueller Überlegungen dienen und die Argumentation und das Problemlösen unterstützen.

Die Anforderungen zu dieser Kompetenz lassen sich unter Berücksichtigung des steigenden Schwierigkeitsgrades wie folgt beschreiben:

Die Schülerinnen und Schüler können

- Standarddarstellungen von mathematischen Objekten und Situationen anfertigen und nutzen
- gegebene Darstellungen verständlich interpretieren oder verändern
- zwischen verschiedenen Darstellungen wechseln
- mit unvertrauten Darstellungen und Darstellungsformen sachgerecht und verständlich umgehen
- eigene Darstellungen problemadäquat entwickeln
- verschiedene Darstellungen und Darstellungsformen zweckgerichtet beurteilen

x+y

Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen [K5]

Diese Kompetenz beinhaltet in erster Linie das Ausführen von Operationen mit mathematischen Objekten wie Zahlen, Größen, Variablen, Terme, Gleichungen und Funktionen sowie geometrische Objekte. Das Spektrum reicht hier von einfachen und überschaubaren Routineverfahren bis hin zu komplexen Verfahren einschließlich deren reflektierender Bewertung. Diese Kompetenz beinhaltet auch Faktenwissen und grundlegendes Regelwissen für ein zielgerichtetes und effizientes Bearbeiten von mathematischen Aufgabenstellungen, auch mit eingeführten Hilfsmitteln und digitalen Mathematikwerkzeugen.

Die Anforderungen zu dieser Kompetenz lassen sich unter Berücksichtigung des steigenden Schwierigkeitsgrades wie folgt beschreiben:

Die Schülerinnen und Schüler können

- elementare Lösungsverfahren verwenden
- Formeln und Symbole direkt anwenden
- mathematische Hilfsmittel und digitale Mathematikwerkzeuge direkt nutzen
- formale mathematische Verfahren anwenden
- mit mathematischen Objekten im Kontext umgehen
- mathematische Hilfsmittel und digitale Mathematikwerkzeuge je nach Situation und Zweck gezielt auswählen und effizient einsetzen
- komplexe Verfahren durchführen
- verschiedene Lösungs- und Kontrollverfahren bewerten
- die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Verfahren, Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge reflektieren



Mathematisch kommunizieren [K6]


Zu dieser Kompetenz gehören sowohl das Entnehmen von Informationen aus schriftlichen Texten, mündlichen Äußerungen oder sonstigen Quellen als auch das Darlegen von Überlegungen und Resultaten unter Verwendung einer angemessenen Fachsprache. Das Spektrum reicht von der direkten Informationsentnahme aus Texten des Alltagsgebrauchs bis hin zum sinnentnehmenden Lesen fachsprachlicher Texte bzw. vom Aufschreiben einfacher Lösungswege zur strukturierten Darlegung oder Präsentation eigener Überlegungen. Sprachliche Anforderungen spielen bei dieser Kompetenz eine besondere Rolle.


Die Anforderungen zu dieser Kompetenz lassen sich unter Berücksichtigung des steigenden Schwierigkeitsgrades wie folgt beschreiben:

Die Schülerinnen und Schüler können

- einfache mathematische Sachverhalte darlegen
- die Anforderungen von Operatoren in Aufgabenstellungen erfassen und zielgerichtet umsetzen
- Informationen aus kurzen Texten mit mathematischem Gehalt identifizieren und auswählen, wobei die Ordnung der Informationen im Text die Schritte der mathematischen Bearbeitung nahelegt
- mehrschrittige Lösungswege, Überlegungen und Ergebnisse verständlich darlegen
- Äußerungen (auch fehlerhafte) anderer Personen zu mathematischen Aussagen interpretieren
- mathematische Informationen aus Texten identifizieren und auswählen, wobei die Ordnung der Informationen nicht unmittelbar den Schritten der mathematischen Bearbeitung entsprechen muss
- eine komplexe mathematische Lösung oder Argumentation widerspruchsfrei und vollständig darlegen oder präsentieren
- Texte mit mathematischem Inhalt sinnentnehmend lesen, z. B. in einem Lehrbuch
- mündliche und schriftliche Äußerungen mit mathematischem Gehalt von anderen Personen miteinander vergleichen, sie bewerten und ggf. korrigieren

3.2.2 Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)

 Algorithmus und Zahl [L1]
<p>Diese Leitidee verallgemeinert zum einen den Zahlbegriff der Sekundarstufe I zu Tupeln einschließlich zugehöriger Operationen. Sie erweitert zum anderen die Vorstellungen von den reellen Zahlen durch Approximationen mittels analytischer Methoden. Weiter umfasst die Leitidee die Kenntnis, das Verstehen und das Anwenden mathematischer Verfahren, die prinzipiell automatisierbar und damit einer Rechnernutzung zugänglich sind.</p> <p>Die darauf bezogenen mathematischen Sachgebiete sind vorwiegend die Anfänge der <i>Analysis</i>.</p>
<p>Die Schülerinnen und Schüler können</p> <ul style="list-style-type: none"> – die Grundidee des Grenzwertbegriffs verstehen – geeignete Verfahren zur Lösung von Gleichungen und Gleichungssystemen auswählen, erläutern und anwenden – einfache Sachverhalte mit Listen und Tabellen beschreiben

 Messen [L2]
<p>Diese Leitidee erweitert das Bestimmen und Deuten von Größen aus der Sekundarstufe I um analytische, numerische und analytisch-geometrische Methoden. Dies betrifft sowohl funktionale Größen wie Änderungsraten und (re-)konstruierte Bestände als auch Größen im Koordinatensystem wie Winkel, Längen, Flächeninhalte und Volumina. Zur Ermittlung krummlinig begrenzter Flächen wird der Integralbegriff eingeführt. Weiter umfasst die Leitidee stochastische Kenngrößen, die als Ergebnisse von Messprozessen im weiteren Sinne aufgefasst werden.</p> <p>Die darauf bezogenen mathematischen Sachgebiete sind die <i>Analysis</i> und die <i>Stochastik</i>.</p>
<p>Die Schülerinnen und Schüler können</p> <ul style="list-style-type: none"> – Sekanten- und Tangentensteigung an Funktionsgraphen bestimmen – Inhalte von Flächen, die durch Funktionsgraphen ganzrationaler Funktionen begrenzt sind, mithilfe bestimmter Integrale ermitteln – das Volumen von Körpern bestimmen, die durch Rotation um die Abszissenachse entstehen – Lage- und Streumaße einer Stichprobe bestimmen und deuten – den Erwartungswert bei Zufallsexperimenten bestimmen und deuten



Raum und Form [L3]

Diese Leitidee zielt auf die Weiterentwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens aus der Sekundarstufe I. Sie beinhaltet die Arbeit mit ebenen Figuren und erweitert das Spektrum um den Umgang mit Objekten im Raum. Es geht hier sowohl um Eigenschaften und Beziehungen dieser Objekte als auch um Darstellungen mit geeigneten Hilfsmitteln, beispielsweise mit Geometriesoftware.

Die zugehörigen mathematischen Sachgebiete sind *ausgewählte Anwendungsbereiche der Analysis*.

Die Schülerinnen und Schüler können

- geometrische Sachverhalte in der Ebene koordinatisieren (geometrische Interpretation von Gleichungssystemen und ihren Lösungen) und im Koordinatensystem darstellen
- Größen von ebenen Figuren und Körpern mit vorgegebenen Eigenschaften (z. B. Flächeninhalt, Oberflächeninhalt, Volumen) berechnen



Funktionaler Zusammenhang [L4]

Diese Leitidee ist darauf gerichtet, die funktionalen Vorstellungen aus der Sekundarstufe I mit Begriffen und Verfahren der elementaren Analysis zu vertiefen und den Funktionsbegriff auf ganzrationale Funktionen und stochastische Kontexte zu erweitern. Es geht hier um funktionale Beziehungen zwischen Zahlen bzw. Größen sowie deren Darstellungen und Eigenschaften, auch unter Nutzung analytischer Methoden und geeigneter Software.

Die darauf bezogenen mathematischen Sachgebiete sind in erster Linie die *Analysis* und die *Stochastik*.

Die Schülerinnen und Schüler können

- ganzrationale Funktionen zur Beschreibung und Untersuchung quantifizierbarer Zusammenhänge nutzen (z. B. in Fragestellungen zu Sachsituationen, die auf Rekonstruktion von Funktionsgleichungen, Extremalprobleme etc. führen)
- die Ableitung mithilfe linearer Funktionen deuten
- Ableitungsfunktionen ganzrationaler Funktionen unter Verwendung der Konstanten-, Potenz-, Faktor- und Summenregel bestimmen und interpretieren
- die Ableitung zur Bestimmung von Monotonieverhalten, Extrempunkten, Krümmungsverhalten und Wendepunkten von Funktionen nutzen (notwendige/hinreichende Bedingung und inhaltliche Begründungen für die Existenz)
- Integrale ganzrationaler Funktionen mittels Stammfunktionen bestimmen
- den Erwartungswert einer Zufallsvariablen ermitteln



Daten und Zufall [L5]

Diese Leitidee vernetzt Begriffe und Methoden zur Aufbereitung und Interpretation von statistischen Daten mit solchen zur Beschreibung und Modellierung von zufallsabhängigen Situationen. In Ausweitung und Vertiefung stochastischer Vorstellungen der Sekundarstufe I umfasst diese Leitidee insbesondere den Umgang mit mehrstufigen Zufallsexperimenten und die Anwendung kombinatorischer Zählstrategien, auch mithilfe von Simulationen und unter Verwendung einschlägiger Software.

Das darauf bezogene mathematische Sachgebiet ist die *Stochastik*.

Die Schülerinnen und Schüler können

- exemplarisch statistische Erhebungen planen und mit geeigneten Hilfsmitteln auswerten
- Wahrscheinlichkeiten von (mehrstufigen) Zufallsversuchen berechnen
- kombinatorische Abzählverfahren anwenden

4 Themen und Inhalte

Für das Fach Mathematik im Wahlbereich sind 160 Unterrichtsstunden vorgesehen. Die folgenden vier Themenfelder sind verbindlich zu unterrichten. Mathematische Inhalte sind auch in den Lernfeldern des berufsbezogenen Lernbereichs der Fachschulen enthalten. In den schulinternen Curricula soll die Verzahnung mit den Inhalten des Wahlbereichs berücksichtigt werden.

1. Elementare Funktionsuntersuchungen		
Thema	Inhaltliche Präzisierung	Leitideen
Funktionsbegriff	<ul style="list-style-type: none"> - Definitions- und Wertebereich - Funktionsdarstellungen (Wertetabelle, Funktionsgleichung, Graph im Koordinatensystem) 	L4
Lineare Funktionen	<ul style="list-style-type: none"> - Funktionsgleichung - Anstieg - Achsenschnittpunkte - Lagebeziehung zwischen zwei Geraden (Parallelität, Orthogonalität, Schnittpunkt) - Herleiten der Funktionsgleichung (z. B. aus zwei Punkten) 	L1, L4
Quadratische Funktionen	<ul style="list-style-type: none"> - Funktionsgleichung in allgemeiner Form - Symmetrieeigenschaften - Lage von Parabeln im Koordinatensystem - Nullstellen und Achsenschnittpunkte (Lösen quadratischer Gleichungen) - Lagebeziehung zwischen Geraden und Parabeln - Schnittpunkte zwischen zwei Parabeln - Rekonstruktion von Parabelgleichungen aus Koordinaten von Punkten mithilfe von linearen Gleichungssystemen 	L1, L4
Ganzrationale Funktionen bis 5. Grades	<ul style="list-style-type: none"> - Symmetrie bezüglich y-Achse und Koordinatenursprung - Verhalten im Unendlichen - Nullstellen und Achsenschnittpunkte - Lösungsverfahren ganzrationaler Gleichungen (z. B. Ausklammern, Substitution, n-te-Wurzel-Verfahren, Polynomdivision/Hornerschema, Zerlegung in Linearfaktoren) - Wertetabelle, Darstellung der Funktionsgraphen - Lagebeziehung von Funktionsgraphen, Schnittpunkte von Graphen 	L1, L4

Anwendungen	<ul style="list-style-type: none"> - Maße, Umfang und Flächeninhalt ebener Figuren (Dreieck, Viereck, Kreis, auch zusammengesetzt) in Zusammenhang mit Funktionen und ihren Graphen (z. B. Dreieck, das aus den Koordinatenachsen und einer Geraden gebildet wird) - Querschnittsfläche und Volumen einfacher Körper (Quader, Prisma und Zylinder), Volumen von Kegel und Pyramide - prozentuale Zusammenhänge 	L2, L3, L4
-------------	---	------------

2. Differentialrechnung		
Thema	Inhaltliche Präzisierung	Leitideen
Ableitungsbegriff	<ul style="list-style-type: none"> - lokale und mittlere Änderung, grafisches Differenzieren - Tangentenanstieg - Ableitungsfunktion - Ableitungsregeln: Konstanten-, Faktor-, Summen- und Potenzregel (auch mit negativen Exponenten) - höhere Ableitungen 	L1, L2, L4
Funktionsuntersuchungen	<ul style="list-style-type: none"> - Monotonie und 1. Ableitung - lokale Extrempunkte - Krümmung und 2. Ableitung - Wendepunkte und Sattelpunkte - grafische Darstellung - Bestimmung einer Tangentengleichung und einer Normalengleichung 	L2, L4
Bestimmung von ganzrationalen Funktionsgleichungen bis 5. Grades	<ul style="list-style-type: none"> - Rekonstruktion aus gegebenen Punkten - Rekonstruktion unter Ausnutzung weiterer Eigenschaften, z. B. Symmetrie, Anstieg, Extrem-, Wende- und Sattelstellen - Lösen von linearen Gleichungssystemen mit bis zu vier Variablen/Gleichungen 	L1, L4
Extremwertaufgaben	<ul style="list-style-type: none"> - Ermitteln der Zielfunktion und Untersuchung auf lokale Extrema - Umfang und Flächeninhalt ebener Figuren in Zusammenhang mit Funktionsgraphen - Umfang und Flächeninhalt ebener Figuren in Anwendungsaufgaben - Oberflächeninhalt und Volumen von Körpern 	L2, L3, L4
Anwendungen	Modellierung von Verläufen und Formen durch ganzrationale Funktionen im Sachzusammenhang	L2, L4

3. Integralrechnung		
Thema	Inhaltliche Präzisierung	Leitideen
Flächeninhaltsfunktion	geradlinig und krummlinig begrenzte Flächen (algebraische Bestimmung/Flächenapproximation)	L1, L4
Unbestimmtes und bestimmtes Integral	<ul style="list-style-type: none"> - Stammfunktionen von ganzrationalen Funktionen - Integrationsregeln (Potenz-, Faktor-, Konstanten- und Summenregel) - bestimmtes Integral (Definition und Eigenschaften) - Unterscheidung von bestimmtem Integral und Flächeninhalt - Orientierung von Flächen 	L4
Berechnung von Flächeninhalten	<ul style="list-style-type: none"> - Fläche zwischen dem Graphen einer Funktion und der x-Achse - Fläche zwischen zwei Funktionsgraphen - Berechnung weiterer Flächeninhalte unter Beachtung von Integrationsintervallen 	L2
Anwendungen	<ul style="list-style-type: none"> - Grund-, Querschnitts- und Deckflächen von Körpern - Ermittlung von Körpervolumen V in der Form $V = A \cdot l$ unter Ausnutzung von Flächenberechnungen und einer vorgegebenen Länge l 	L2
Rotationsvolumen	<ul style="list-style-type: none"> - Berechnung des Volumens eines Rotationskörpers, der bei der Rotation eines ganzrationalen Funktionsgraphen um die x-Achse entsteht (nur lineare und quadratische Funktionen) - Anwendung in Sachkontexten, z. B. Werkstücke 	L2

4. Stochastik		
Thema	Inhaltliche Präzisierung	Leitideen
Beschreibende Statistik	<ul style="list-style-type: none"> - Erfassen, Aufbereiten und Auswerten von statistischen Daten (Merkmale, Merkmalsausprägungen, Klasseneinteilungen, absolute und relative Häufigkeiten) - grafische Darstellung von Häufigkeitsverteilungen (z. B. Säulen-, Kreisdiagramm, Histogramm) - statistische Kenngrößen (Modus, Median, arithmetisches Mittel, Spannweite, Varianz, Standardabweichung) 	L5
Wahrscheinlichkeitsrechnung	<ul style="list-style-type: none"> - elementare Begriffe (Zufallsexperiment, Ergebnisraum, Ergebnis, Ereignis) - Wahrscheinlichkeitsbegriff (empirisches Gesetz der großen Zahlen, Laplace-Experiment, Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten) - mehrstufige Zufallsexperimente (Baumdiagramme, Pfadregeln) - bedingte Wahrscheinlichkeiten (Unabhängigkeit von Ereignissen, Vierfeldertafel/Doppelbaum) - Erwartungswert von Zufallsvariablen bestimmen (z. B. den Einsatz für ein „fares“ Spiel) - Simulationen von Zufallsexperimenten mit geeigneten Hilfsmitteln 	L2, L4, L5
Kombinatorische Abzählverfahren	<ul style="list-style-type: none"> - Berechnung von Fakultät und Binomialkoeffizient - Permutationen, Kombinationen, Variationen (jeweils mit und ohne Wiederholung) 	L5

