Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Familie

Abschlussprüfung
an der Fachoberschule im Schuljahr 2018/2019

Fach	Mathematik (B)
Nur für die Lehrkraft	
Prüfungstag	03. Mai 2019
Prüfungszeit	09:00 – 13:00 Uhr
Zugelassene Hilfsmittel	Nicht graphikfähiger Taschenrechner mit gelöschtem Programmierteil, kein CAS-Rechner, Handbuch/Gebrauchsanleitung muss vorliegen, Formelsammlung, Rechtschreib-Wörterbuch (siehe Aufgabendeckblatt)
Allgemeine und spezielle Arbeitshinweise	Beachten Sie bitte das Schülerdeckblatt.
Erwartungs-horizonte	Die Beschreibungen der erwarteten Leistungen enthalten keine vollständigen Lösungen, sondern nur kurze Angaben. Hier nicht genannte, aber gleichwertige Lösungswege sind gleichberechtigt. Die aufgeführten Lösungswege zeigen immer nur eine Variante auf. Für andere Lösungswege oder Lösungsansätze, die schlüssig dargestellt werden und zu richtigen Zwischen- oder Endergebnissen führen, sind die vorgesehenen Bewertungseinheiten (BE) entsprechend zu vergeben. Wird jedoch der im Erwartungshorizont dargestellte Lösungsweg vom Prüfling verwendet, so sind die BE in der angegebenen Weise aufzuteilen. Damit die Möglichkeit besteht, den eigenen didaktischen Aspekten bei der Bewertung genug Raum zu geben, werden in der Regel die BE nicht kleinschrittig zugeordnet. Die Summe der BE pro Teilaufgabe ist verbindlich. Sind Zwischenergebnisse nicht korrekt ermittelt worden und die sich auf diesen Zwischenergebnissen aufbauenden weiteren Lösungswege schlüssig und nicht mit neuen Fehlern versehen, so sind die BE entsprechend zu erteilen (Folgefehler). Dieses Vorgehen ist nicht anzuwenden, wenn eine offensichtlich nicht sinnvolle Lösung unkommentiert bleibt oder der Lösungsweg durch den Fehler erheblich einfacher geworden ist. Die Verwendung von entsprechenden Operatoren in den Aufgabenstellungen erfordert vom Prüfling schriftliche Erläuterungen seiner Überlegungen. Bei der Bewertung dieser Erläuterungen, auf deren Darstellung im Erwartungshorizont weitgehend verzichtet wird, kann die Lehrkraft ihren pädagogischen Spielraum nutzen und sich an ihrer bisherigen Unterrichtspraxis orientieren. Im Erwartungshorizont wird teilweise auf formale mathematische Vollständigkeit verzichtet, wenn diese vom Schüler in der Regel nicht unbedingt zu erwarten ist.

Aufgabe Nr.	Soll
1	34
2	34
3	32
Summe:	100

1 Funktionsuntersuchung /34

Die Entwicklung der Aktie F einer Aktiengesellschaft lässt sich für das vergangene Jahr näherungsweise beschreiben durch die Funktion f mit

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 8x^2 + 36x + 18\,;\ x \in \mathrm{IR}\quad;\ 0 \le x \le 12.$$

Dabei stellt x die Zeit nach Jahresbeginn in Monaten dar und $f(x)$ den Wert einer Aktie in Euro.
[Hinweis: Runden Sie gegebenenfalls die Ergebnisse auf zwei Stellen nach dem Komma.]

1.1 Ermitteln Sie den Wert der Aktie zum Jahresbeginn am 01. Januar ($x = 0$). **/2**

1.2 Im Zeitraum vom 01. Januar ($x = 0$) bis zum 01. Juli ($x = 6$) ist der Wert der Aktie zunächst gestiegen und anschließend wieder gefallen.
Berechnen Sie den höchsten Wert der Aktie in diesem Zeitraum (lokales Maximum im Intervall [0; 6]). **/8**

1.3 Berechnen Sie den Zeitpunkt, an dem der Wert der Aktie am stärksten gesunken ist und geben Sie den Wert der Aktie zu diesem Zeitpunkt an.
[Hinweis: Der Zeitpunkt muss nicht als Datum angegeben werden.] **/5**

1.4 Ergänzen Sie die folgende Wertetabelle.
Zeichnen Sie den Graphen von f unter Verwendung aller bisher ermittelten Punkte im Intervall [0; 12] in das Koordinatensystem auf der nächsten Seite. **/6**

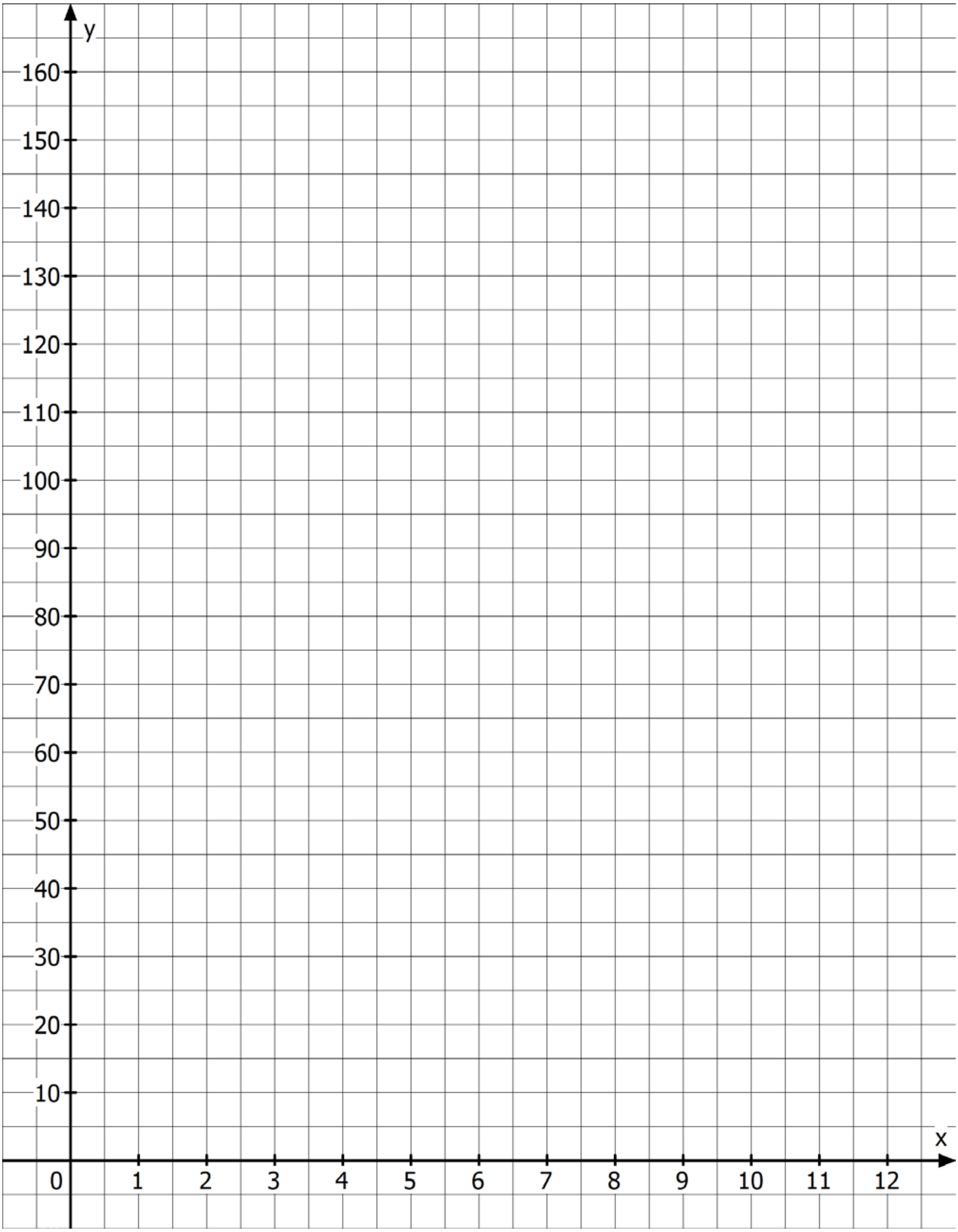
x	2	4	6	8	10	12
$f(x)$						

1.5 Berechnen Sie den Anstieg der Tangente von f am 1. Tag des Folgejahres ($x = 12$) und deuten Sie diesen im Sachzusammenhang. **/3**

1.6 Der Kursverlauf einer weiteren Aktie G kann für das gleiche Jahr durch die Funktion g mit $g(x) = -1{,}25x^2 + 15{,}5x + 6$ beschrieben werden. In einem gewissen Zeitraum des Jahres lag der Wert dieser Aktie G über dem Wert der Aktie F. Dieser Zeitraum begann am 01. Juli ($x = 6$).
Berechnen Sie, wann dieser Zeitraum endete. **/10**

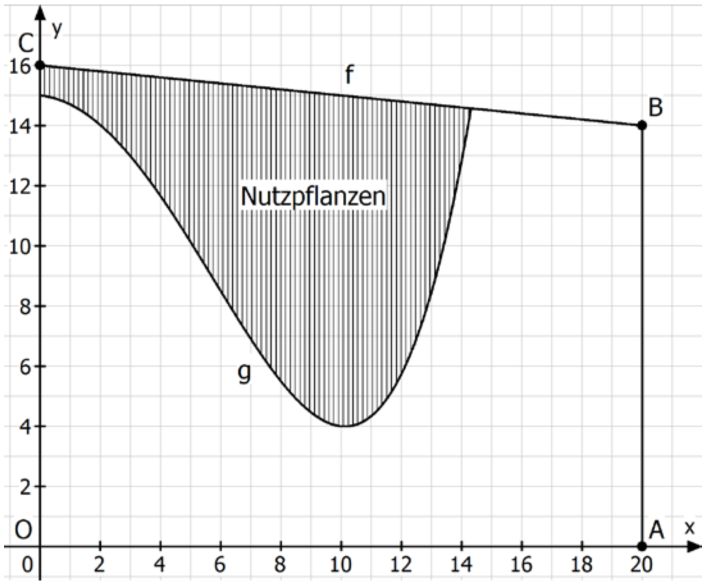
Koordinatensystem für Aufgabe 1.4 → nächste Seite

Koordinatensystem für Aufgabe 1.4



2 Integralrechnung /34

Die in der Abbildung dargestellte Fläche eines Kleingartens wird durch die Koordinatenachsen sowie die Gerade $x = 20$ und den Graphen der Funktion f mit $f(x) = -0{,}1x + 16$ begrenzt.
Die Eckpunkte des Gartens sind A, B, C, O. Eine Längeneinheit entspricht 1 Meter.
Auf einem Teil der Gartenfläche werden Nutzpflanzen angebaut. Diese Fläche wird begrenzt durch die y-Achse, den Graphen der Funktion f und den Graphen der Funktion g mit
$g(x) = 0{,}001x^4 - 0{,}2x^2 - 0{,}1x + 15$.



2.1 Geben Sie die Koordinaten der Eckpunkte A, B, C, O des Kleingartens an und berechnen Sie die Gesamtfläche A_{gesamt} des Kleingartens in m^2. **/6**

2.2 Berechnen Sie die Stelle, an der sich der Graph der Funktion f und der Graph der Funktion g schneiden und geben Sie das Ergebnis in Meter an.
[Zur Kontrolle: ≈ 14,31 m] **/6**

2.3 Ein Drittel der Fläche des Kleingartens muss für Nutzpflanzen genutzt werden.
Berechnen Sie den Inhalt der Fläche A_{Nutz} in m^2, auf der Nutzpflanzen angebaut werden.
Geben Sie an, ob diese Fläche mindestens einem Drittel der Fläche des Kleingartens entspricht. **/8**

2.4 In dem Kleingarten soll ein Blumenbeet angelegt werden. Dabei soll das Blumenbeet von der Parabel h und der x-Achse begrenzt werden. Die Parabel h ist mit einem Faktor von $a = -0{,}125$ gestaucht und besitzt im Punkt $P\,(12|3)$ ihren Scheitelpunkt.
Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Parabel h in Scheitelpunktform und in Normalform. **/8**

2.5 Der Flächeninhalt des Blumenbeets soll 20,25 m^2 betragen.
Ermitteln Sie den Wert des Parameters a, für den die eingeschlossene Fläche zwischen der Funktion h_{neu} mit $h_{neu}(x) = ax^2 + 3{,}5x - 15$ und der x-Achse im Intervall [6; 15] 20,25 m^2 beträgt. **/6**

3 Stochastik /32

Auf dem Abschlussball soll ein Gesangpaar ein Lied vortragen. Der Musiklehrer sucht dafür ein Mädchen und einen Jungen in seiner Klasse 10b. Von den 27 Schülerinnen und Schülern der Klasse wollen 18 nicht auf dem Abschlussball singen, von den 12 Jungen der Klasse will ein Drittel singen.
[Hinweis: Geben Sie die Ergebnisse mit drei Stellen nach dem Komma an.]

3.1 Fertigen Sie aus den Informationen, die Sie dem Text entnehmen können, eine vollständige Vierfeldertafel an.
Nennen Sie auch die Bedeutung von Abkürzungen, die Sie verwenden. **/7**

3.2 Aus den 27 Schülerinnen und Schülern der Klasse 10b wird eine Person zufällig ausgewählt.
Berechnen Sie die folgenden Wahrscheinlichkeiten:
E_1: Die ausgewählte Person ist ein Junge, der singen möchte.
E_2: Die ausgewählte Person ist ein Mädchen, das nicht singen möchte. **/4**

3.3 Zeichnen Sie zu diesem Sachverhalt ein vollständiges Baumdiagramm und beschriften Sie das Diagramm vollständig.
Markieren Sie die Pfade für E_1 und E_2 aus Aufgabe 3.2. **/8**

3.4 Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte Person aus der Klasse 10b ein Junge ist oder nicht singen möchte. **/4**

Auf dem Abschlussball werden insgesamt 80 Lose verkauft. Dabei sind 5 % der Lose Hauptgewinne im Wert von je 40 € und 10 % der Lose sind Kleingewinne im Wert von je 4 €.

3.5 Geben Sie die Anzahl der Lose mit einem Hauptgewinn und die Anzahl der Lose mit einem Kleingewinn an. **/2**

3.6 Bestimmen Sie den Mindestpreis für ein Los, wenn durch den Verkauf aller Lose kein Verlust entstehen soll. **/2**

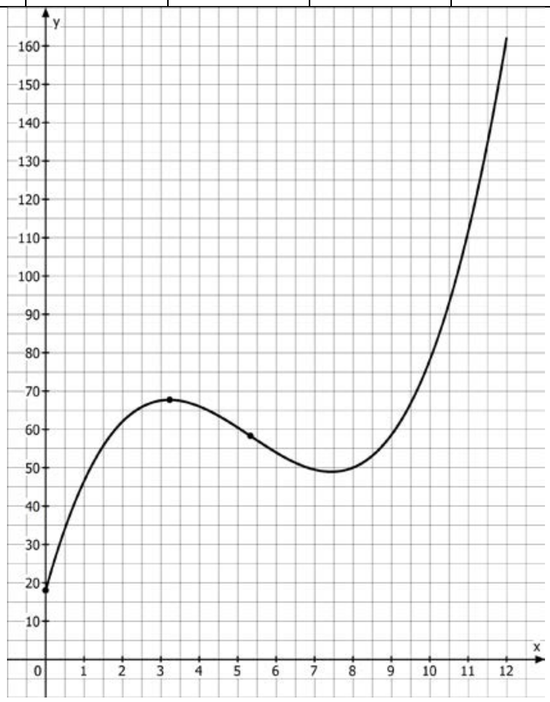
3.7 Maria kauft die ersten vier Lose.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Maria dabei mindestens einen Hauptgewinn zieht. **/5**

<table>
<tr><th rowspan="2">Teil-
aufgabe</th><th rowspan="2">Beschreibung der erwarteten Schülerleistung</th><th colspan="3">BE/AB</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>1.1</td><td>$f(0) = 18$

Zum Jahresbeginn hatte die Aktie einen Wert von 18 €.</td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1.2</td><td>$f'(x) = 0$
$0 = 1{,}5x^2 - 16x + 36$ p-q-Formel
$x_1 \approx 7{,}44$; $x_2 \approx 3{,}23 \Longrightarrow x_1 > 6$

$f''(x_{1/2}) = 3x - 16 \neq 0$
$f''(3{,}23) = -6{,}31 < 0$
$f(3{,}23) = 67{,}67$

Der höchste Wert der Aktie betrug im Zeitraum vom 01. Januar bis zum 01. Juli 67,67 €.</td><td></td><td>8</td><td></td></tr>
<tr><td>1.3</td><td>$f''(x) = 0$
$0 = 3x - 16 \Longrightarrow x_W \approx 5{,}33$
$f'''(x) = 3 > 0 \Longrightarrow$ Rechts-Links-Krümmungsänderung/fallend
$f(5{,}33) \approx \frac{1}{2} \cdot (5{,}33)^3 - 8 \cdot (5{,}33)^2 + 36 \cdot 5{,}33 + 18 \approx 58{,}32$

An der Stelle $x_W \approx 5{,}33$ ist der Wert der Aktie am stärksten gesunken und betrug 58,32 €.</td><td></td><td>5</td><td></td></tr>
<tr><td>1.4</td><td>
<table>
<tr><td>x</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td><td>10</td><td>12</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>62</td><td>66</td><td>54</td><td>50</td><td>78</td><td>162</td></tr>
</table>


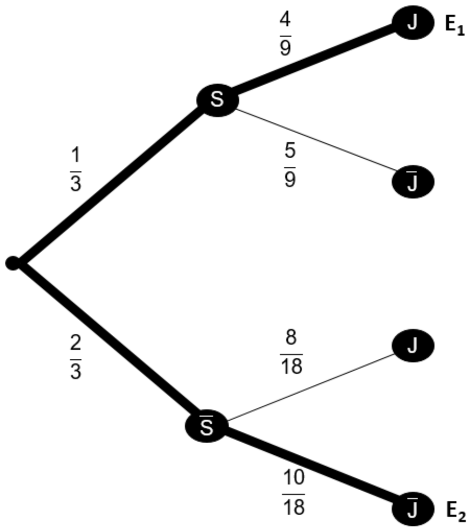
</td><td>2

4</td><td></td><td></td></tr>
</table>

Teil-aufgabe	Beschreibung der erwarteten Schülerleistung	BE/AB		
		I	II	III
1.5	$f'(12) = 60$ Der Anstieg der Tangente war am 1. Tag des Folgejahres positiv und hatte einen relativ hohen Wert. Dies bedeutet, dass der Wert der Aktie stark angestiegen ist.			3
1.6	$f(x) = g(x)$ $0 = 0{,}5x^3 - 6{,}75x^2 + 20{,}5x + 12$; $x_{S1} = 6$; also Polynomdivision $(0{,}5x^3 - 6{,}75x^2 + 20{,}5x + 12) : (x - 6) = 0{,}5x^2 - 3{,}75x - 2$ $\underline{-(0{,}5x^3 - 3x^2)}$ $(-3{,}75x^2 + 20{,}5x)$ $\underline{-(-3{,}75x^2 + 22{,}5x)}$ $(-2x + 12)$ $\underline{-(-2x + 12)}$ 0 $0 = 0{,}5x^2 - 3{,}75 - 2$ p-q-Formel $x_{S2} = 8$ $x_{S3} = -0{,}5$; Wert entfällt, da $x_{S3} < 0$ An der Stelle $x = 8$ (01. September) endete der gesuchte Zeitraum.		2 4	4
	Summen der BE in den Anforderungsbereichen	8	19	7
	Summe der BE	34		

Teilaufgabe	Beschreibung der erwarteten Schülerleistung	BE/AB		
		I	II	III
2.1	A (20|0) ; B (20|14) ; C (0|16) ; O (0|0)	4		
	Berechnung der Fläche des gesamten Kleingartens. $A_{gesamt} = 20 \cdot 14 + \frac{2 \cdot 20}{2} = 300\ m^2$	2		
2.2	$f(x) = g(x)$ $0 = 0{,}001x^4 - 0{,}2x^2 - 1$ Substitution $x^2 = z$ $0 = 0{,}001z^2 - 0{,}2z - 1$ p-q-Formel $z_1 \approx 204{,}88$; $z_2 \approx -4{,}88$; Rücksubstitution von z_1 (z_2 nicht definiert) $x_1 \approx 14{,}31$; $x_2 \approx -14{,}31$ (x_2 wird nicht benötigt) Der Schnittpunkt des Graphen von f mit dem Graphen von g ist ca. 14,31 m von der y-Achse entfernt.		6	
2.3	$A_{Nutz} = \int_0^{14{,}31} (f(x) - g(x))dx = \int_0^{14{,}31} (-0{,}001x^4 + 0{,}2x^2 + 1)dx$ $A_{Nutz} = \left[-\frac{1}{5000}x^5 + \frac{1}{15}x^3 + x\right]_0^{14{,}31} \approx 89{,}65$ Die Fläche, auf der Nutzpflanzen angebaut werden, beträgt ca. 89,65 m².		6	
	$\frac{1}{3} \cdot 300\ m^2 = 100\ m^2 > 89{,}65\ m^2$; Die Fläche, auf der Nutzpflanzen angebaut werden, ist kleiner als ein Drittel der Fläche des gesamten Kleingartens.		2	
2.4	Scheitelpunktform $h(x) = a(x - x_S)^2 + y_S$ $h(x) = -0{,}125(x - 12)^2 + 3$		4	
	Normalform $h(x) = -0{,}125(x^2 - 24x + 144) + 3$ $h(x) = -0{,}125x^2 + 3x - 15$		4	

Teil-aufgabe	Beschreibung der erwarteten Schülerleistung	BE/AB		
		I	II	III
2.5	$\int_6^{15} \left(ax^2 + 3{,}5x - 15\right)\mathrm{d}x = 20{,}25$; $\left[\frac{1}{3}ax^3 + \frac{7}{4}x^2 - 15x\right]_6^{15} = 20{,}25$ $1053a + 195{,}75 = 20{,}25$ $a = -\frac{1}{6}$			6
	Summen der BE in den Anforderungsbereichen	6	22	6
	Summe der BE	34		

<table>
<tr><th rowspan="2">Teil-aufgabe</th><th rowspan="2">Beschreibung der erwarteten Schülerleistung</th><th colspan="3">BE/AB</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>3.1</td><td>S: Die Person will singen
J: Die Person ist ein Junge
<table>
<tr><th></th><th>S</th><th>$\overline{S}$</th><th>Σ</th></tr>
<tr><td>J</td><td>4</td><td>8</td><td>12</td></tr>
<tr><td>$\overline{J}$</td><td>5</td><td>10</td><td>15</td></tr>
<tr><td>Σ</td><td>9</td><td>18</td><td>27</td></tr>
</table>
Fett: im Text gegeben oder mit Prozentrechnung zu ermitteln</td><td>2</td><td>5</td><td></td></tr>
<tr><td>3.2</td><td>$P(E_1) = \frac{4}{27} = 0{,}148$
$P(E_2) = \frac{10}{27} = 0{,}370$</td><td>2
2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3.3</td><td>S: Die Person will singen
J: Die Person ist ein Junge


Hinweis: Eine andere Reihenfolge der Komponenten im Baumdiagramm ist ebenfalls richtig.</td><td></td><td>8</td><td></td></tr>
<tr><td>3.4</td><td>$P(E_3) = P(S\cap J; \overline{S}\cap\overline{J}; \overline{S}\cap J) = 1 - P(\overline{J}\cap S) = 1 - \frac{5}{27} = \frac{22}{27} \approx 0{,}815 = 81{,}5\,\%$</td><td></td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td>3.5</td><td>Anzahl der Hauptgewinne: $80 \cdot 0{,}05 = 4$
Anzahl der Kleingewinne: $80 \cdot 0{,}1 = 8$</td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3.6</td><td>$x = \frac{4\cdot 40\,€ + 8\cdot 4\,€}{80} = 2{,}40\,€$
Für die Gewinne werden 192 € aufgewendet. Also muss ein Los 2,40 € kosten.</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>3.7</td><td>$P(\textit{mindestens ein Hauptgewinn}) = 1 - \frac{76}{80}\cdot\frac{75}{79}\cdot\frac{74}{78}\cdot\frac{73}{77} = 0{,}189$</td><td></td><td></td><td>5</td></tr>
<tr><td></td><td>Summen der BE in den Anforderungsbereichen</td><td>8</td><td>19</td><td>5</td></tr>
<tr><td></td><td>Summe der BE</td><td colspan="3">32</td></tr>
</table>