Senatsverwaltung für Bildung, Wissenschaft und Forschung

Abschlussprüfung
an der Berufsoberschule im Schuljahr 2008/2009

Fach	**Mathematik (A)**
Name, Vorname	
Klasse	
Prüfungstag	29. April 2009
Prüfungszeit	09:00 - 13:00 Uhr
Zugelassene Hilfsmittel	Nicht graphikfähiger Taschenrechner mit gelöschtem Programmierteil; Formelsammlung, Rechtschreib-Wörterbuch (Duden)
Allgemeine Arbeitshinweise	Die Reinschriften und Entwürfe sind nur auf den besonders gekennzeichneten Bögen anzufertigen, die Sie für die Prüfung erhalten. Diese sind zu nummerieren und sofort mit Ihrem Namen zu versehen. Für jede Aufgabe ist ein neuer gekennzeichneter Bogen zu beginnen. Schwerwiegende oder gehäufte Verstöße gegen die sprachliche Richtigkeit oder gegen die äußere Form führen zu einem Abzug von bis zu einem Punkt (Malus-Regelung). **Bedenken Sie die Folgen einer Täuschung oder eines Täuschungsversuchs!**
Spezielle Arbeitshinweise	Aus den fünf Aufgaben **müssen** Sie **drei** auswählen. Die **Aufgabe 1** (Exponentialfunktionen) ist eine **Pflichtaufgabe**. Sie **muss** von allen bearbeitet werden! Zwischen **Aufgabe 2** (Gebrochenrationale Funktionen) und **Aufgabe 3** (Trigonometrische Funktionen) müssen Sie **wählen.** Auch zwischen **Aufgabe 4** (Analytische Geometrie) und **Aufgabe 5** (Stochastik) müssen Sie **wählen.** Die Lösungswege müssen klar gegliedert, schrittweise und eindeutig nachvollziehbar sowie angemessen kommentiert sein. Nebenrechnungen sind durch Einrücken etc. kenntlich zu machen. Nur einwandfrei Leserliches wird bewertet. **Die erste nicht durchstrichene Lösung zählt.**

Gesamtzahl der abgegebenen Lösungsblätter: ______ ***Blätter***

Bewertungseinheiten, Gesamtpunkte

Aufgabe Nr.	Soll %	Ist	Ist (Zweitkorrektur)
1	34		
2 oder 3	33		
4 oder 5	33		
Summe:	100		
Notenpunkte:	15	__ Punkte	__ Punkte
Maluspunkt:	-1	__ Punkt	__ Punkt
Insgesamt:		__ Punkte	__ Punkte
Datum, Unterschrift			

1 Exponentialfunktionen /34

Gegeben sei die Funktion f mit $f(x) = x^2 \cdot \mathrm{e}^{-0{,}5x}$ im Intervall $-0{,}5 \le x \le 6$.

1.1 Berechnen Sie die Nullstelle von f. /2

1.2 Zeigen Sie, dass gilt: $f'(x) = \left(2x - 0{,}5x^2\right) \cdot \mathrm{e}^{-0{,}5x}$ /2

1.3 Bestimmen Sie die relativen Extrempunkte von f. /6

[Verwenden Sie: $f''(x) = \left(0{,}25x^2 - 2x + 2\right) \cdot \mathrm{e}^{-0{,}5x}$]

1.4 Zeichnen Sie den Graphen von f im gegebenen Intervall mithilfe der berechneten Ergebnisse in ein Koordinatensystem. /3

1.5 Zeichnen Sie außerdem den Graphen von f' mithilfe der Wertetabelle in dasselbe Koordinatensystem. /7

x	$-0{,}5$	0	1	1,5	2	3	4	6
$f'(x)$	$-1{,}44$	0		0,89				$-0{,}30$

1.6 Welche Schlussfolgerung ergibt sich aus dem Verlauf des Graphen von f' im gegebenen Intervall für die mögliche Existenz von Wendepunkten von f? Begründen Sie Ihre Entscheidung. /4

1.7 Berechnen Sie die Koordinaten der beiden Schnittpunkte der Graphen von f und f'. /4

1.8 Berechnen Sie den Inhalt der von den Graphen von f und f' vollständig eingeschlossenen Fläche A. /6

[Verwenden Sie: Stammfunktion von f ist $F(x) = \left(-2x^2 - 8x - 16\right) \cdot \mathrm{e}^{-0{,}5x}$.]

2 Gebrochenrationale Funktionen /33

Die Funktion f sei gegeben mit $f(x)=\dfrac{2x^2+x}{2x-1}$ sowie ihren Ableitungen

f' mit $f'(x)=\dfrac{4x^2-4x-1}{(2x-1)^2}=1-\dfrac{2}{(2x-1)^2}$ und f'' mit $f''(x)=\dfrac{8}{(2x-1)^3}$.

2.1 Geben Sie den maximalen Definitionsbereich D_f von f an. /1

2.2 Untersuchen Sie f auf Polstellen und ermitteln Sie das Verhalten der Funktion in deren Umgebung. /4

2.3 Ermitteln Sie die Gleichung der Asymptote A. /3

2.4 Berechnen Sie die Nullstellen von f. /3

2.5 Bestimmen Sie die Extrempunkte von f. /6

2.6 Zeichnen Sie den Graphen der Funktion f und die Asymptote A unter Verwendung der berechneten Werte für $-3 \le x \le 3$ in ein Koordinatensystem.

Ergänzen Sie dafür die folgende Wertetabelle: /8

x	-3	-2	-1	1	2	3
$f(x)$						

2.7 Prüfen Sie, ob die Tangente t an den Graphen von f im Punkt $P(-0{,}5 \mid 0)$ noch einen weiteren gemeinsamen Punkt mit dem Graphen von f hat. /5

2.8 Die Funktion g mit $g(x)=\dfrac{2x^2+x}{2x+a}$ hat die Definitionslücke $x_0=-\dfrac{a}{2}$.

Bestimmen Sie mindestens einen Wert für a so, dass die Definitionslücke hebbar ist. Geben Sie den zugehörigen Punkt an, der die Lücke füllt. /3

3 Trigonometrische Funktionen /33

Gegeben seien die Funktionen f und g durch ihre Funktionsgleichungen

$$f(x)=1+\sin(2x) \quad \text{und} \quad g(x)=1-2\cos(x).$$

Führen Sie die nachfolgenden Untersuchungen im Intervall $0 \le x \le 2\pi$ durch.

3.1 Zeichnen Sie den Graphen von f im angegebenen Intervall in ein Koordinatensystem ein. **/4**

3.2 Berechnen Sie die Nullstellen von g.

Bestimmen Sie Hoch- und Tiefpunkte von g. **/10**

Zeichnen Sie den Graphen von g in das Koordinatensystem aus Teilaufgabe 3.1 ein.

3.3 Kennzeichnen Sie im Diagramm die Fläche, die von den Graphen von f und g vollständig begrenzt wird.

Berechnen Sie die Schnittpunkte S_1 und S_2, in denen sich die beiden Graphen schneiden. **/10**

Ermitteln Sie den Inhalt der gekennzeichneten Fläche.

3.4 Berechnen Sie die Stellen, an denen die Graphen von f und g die gleiche Steigung besitzen. **/9**

4 Analytische Geometrie /33

Ein maritimes Erkundungsfeld mit dem Umriss eines Rechtecks soll markiert werden. Die Wasseroberfläche liegt in der *x*-*y*-Ebene. Ein Schiff setzt an den Punkten $A(5\,|\,2\,|\,0)$, $B(4\,|\,5\,|\,0)$, $C(-2\,|\,3\,|\,0)$ und D Bojen aus. Anschließend kehrt das Schiff zu seiner Ausgangsposition $O(0\,|\,0\,|\,0)$ zurück. Alle Koordinaten sind in km angegeben.

4.1 Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes D.
Berechnen Sie den Flächeninhalt S des Erkundungsfeldes in km². **/4**

Ein Kurierflugzeug nimmt im Punkt $F(0\,|\,50\,|\,2)$ Kurs auf das Schiff, um es im Punkt $G(0\,|\,0\,|\,0{,}5)$ zu überfliegen.
Ein Wetterumschwung führte zur Bildung einer Nebelbank zwischen dem Flugzeug und dem Schiff. Die Ebene E_1: $-6x+3y+2z=120$ beschreibt die vom Flugzeug aus sichtbare Seite der Nebelbank.

4.2 Geben Sie eine Parametergleichung der Geraden g_1 an, die den Kurs des Flugzeuges beschreibt.

[Zur Kontrolle: Eine mögliche Lösung für g_1: $\vec{x}=\begin{pmatrix}0\\50\\2\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}0\\-100\\-3\end{pmatrix}$; $r\in\mathbb{R}$] **/2**

4.3 Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes I, in dem das Flugzeug in die Nebelbank einfliegt. **/4**

4.4 Bestimmen Sie eine Parametergleichung der Geraden g_2, die den Verlauf der vom Flugzeug aus sichtbaren Seite der Nebelbank entlang der Wasseroberfläche beschreibt. **/7**

4.5 Berechnen Sie den Winkel zwischen der Nebelbank und der Wasseroberfläche. **/5**

4.6 Die dem Schiff zugewandte Seite der Nebelbank wird durch die Ebene E_2 beschrieben. Die Ebenen E_1 und E_2 verlaufen zueinander parallel. Das Flugzeug durchstößt die Ebene E_2 im Punkt $H(0\,|\,25\,|\,1{,}25)$. **/6**

Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung der Ebene E_2.

4.7 Sofort nach dem Überfliegen des Schiffes im Punkt $G(0\,|\,0\,|\,0{,}5)$ ändert das Flugzeug seinen Kurs in Richtung des Vektors $\vec{w}=\begin{pmatrix}-1\\-1\\z\end{pmatrix}$ und geht in einen Steigflug über. Der Steigwinkel beträgt 10°. **/5**

Bestimmen Sie eine Parametergleichung der Geraden g_3, die den neuen Kurs des Flugzeuges beschreibt.

5 Wahrscheinlichkeitsrechnung /33

Für einen Zulassungstest entwirft die Testerstellungsgruppe Multiple-Choice-Aufgaben.

5.1 Zu jeder Frage gibt es fünf Antworten, von denen stets genau zwei richtig sind.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten, dass ein Kandidat, der zwei Antworten auf gut Glück ankreuzt, entweder zwei, ein oder kein Kreuz richtig setzt. **/6**

[Zur Kontrolle: $P(\{\text{Zwei Kreuze an der richtigen Stelle}\}) = 0{,}1$]

Der Kandidat erhält für eine Aufgabe nur dann eine Bewertungseinheit, wenn er die Aufgabe vollständig richtig löst, er also die beiden richtigen Antworten ankreuzt und sonst keine. Ein Prüfling, der eine Aufgabe auf gut Glück bearbeitet, erhält daher nach Aufgabenteil 5.1 mit der Wahrscheinlichkeit $p = 0{,}1$ eine Bewertungseinheit. Der Zulassungstest besteht aus 40 Aufgaben.

5.2 Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält ein lediglich ratender Kandidat für den kompletten Test null Bewertungseinheiten? **/4**

5.3 Wird ein Test mit weniger als vier Bewertungseinheiten bewertet, so kann er nicht wiederholt werden.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält ein lediglich ratender Kandidat weniger als vier Bewertungseinheiten? **/4**
[Zur Kontrolle: $P(\{\text{ratender Kandidat erhält weniger als vier BE}\}) \approx 0{,}4231$]

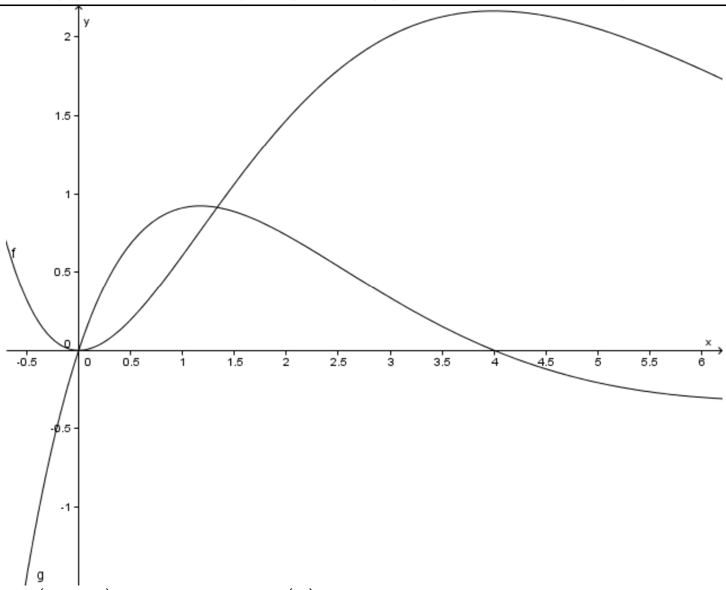
5.4 Mit wie vielen Bewertungseinheiten kann ein lediglich ratender Kandidat im Mittel rechnen? **/1**

5.5 Nach Aufgabenteil 5.3 erhält ein lediglich ratender Prüfling mit der Wahrscheinlichkeit $q = 0{,}4231$ weniger als vier BE. Von denjenigen, die zumindest über gewisse Kenntnisse des Stoffs verfügen, bekommen nur 8 % weniger als vier Bewertungseinheiten. 15 % der Kandidaten geben zu, lediglich zu raten. **/10**

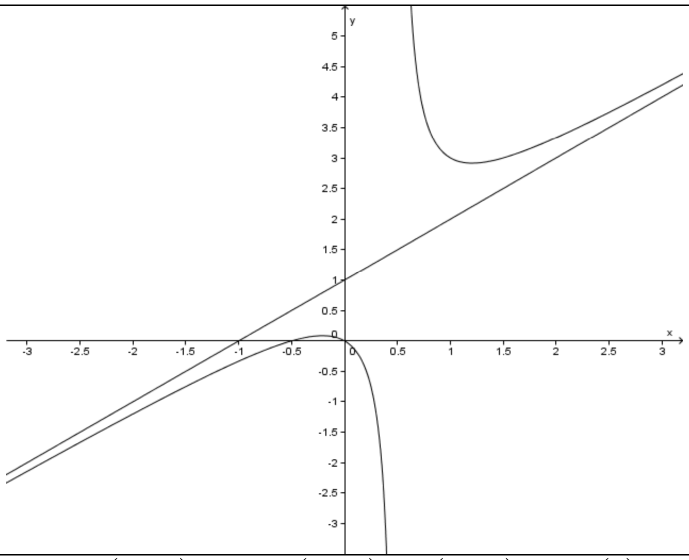
Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat ein Kandidat mit weniger als vier Bewertungseinheiten lediglich geraten?

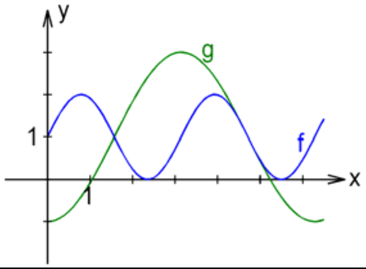
5.6 Drei Jahre nach Einführung des Zulassungstests mit Multiple-Choice-Aufgaben wird untersucht, ob es einen Zusammenhang zwischen dem Wohnumfeld (Land/Stadt) und dem Abschneiden bei dem Test gibt. Von den 4.237 Prüflingen vom Land haben 3.178 den Test bestanden; 3.243 der Städter haben leider nicht bestanden. Insgesamt haben 12.345 den Test gemacht. **/8**

Sind Wohnumfeld und Abschneiden bei der Prüfung stochastisch unabhängig?

<table>
<tr><th>Teil-
auf-
gaben</th><th></th><th>BE in AB
I</th><th>
II</th><th>
III</th></tr>
<tr><td>1.1</td><td>$x_N = 0$</td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1.2</td><td>$f'(x) = 2x\cdot \mathrm{e}^{-0,5x} - 0,5x^2\cdot \mathrm{e}^{-0,5x} = \left(2x - 0,5x^2\right)\cdot \mathrm{e}^{-0,5x}$</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>1.3</td><td>$\left(2x_E - 0,5{x_E}^2\right)\cdot \mathrm{e}^{-0,5x_E} = 0$; $x_{E_1} = 0$; $x_{E_2} = 4$
$f''(0) = 2 > 0$; $T(0\,|\,0)$; $f''(4) = -2\mathrm{e}^{-2} < 0$; $H(4\,|\,2{,}165)$</td><td></td><td>6</td><td></td></tr>
<tr><td>1.4</td><td>

$f(-0{,}5) \approx 0{,}3210$; $f(6) \approx 1{,}792$</td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>1.5</td><td><table>
<tr><td>x</td><td>$-0{,}5$</td><td>0</td><td>1</td><td>1,5</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>6</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td>$-1{,}44$</td><td>0</td><td>**0,91**</td><td>0,89</td><td>**0,74**</td><td>**0,33**</td><td>**0**</td><td>$-0{,}30$</td></tr>
</table></td><td>4</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Zeichnung von f'</td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>1.6</td><td>Da f' im Intervall einen Extrempunkt und damit eine waagerechte Tangente hat, besitzt f an dieser Stelle einen Wendepunkt.</td><td></td><td></td><td>4</td></tr>
<tr><td>1.7</td><td>$f(x_S) = f'(x_S)$; ${x_S}^2\cdot \mathrm{e}^{-0,5x_S} = \left(2x_S - 0,5{x_S}^2\right)\cdot \mathrm{e}^{-0,5x_S}$
$x_{S_1} = 0$; $S_1(0\,|\,0)$; $x_{S_2} = \frac{4}{3}$; $S_2\left(\frac{4}{3}\,\middle|\,0{,}91\right)$</td><td>4</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1.8</td><td>Stammfunktion von f' ist f.
$A = \int_0^{\frac{4}{3}} \left(f'(x) - f(x)\right)\mathrm{d}x = \left[x^2\cdot \mathrm{e}^{-0,5x} - \left(-2x^2 - 8x - 16\right)\cdot \mathrm{e}^{-0,5x}\right]_0^{\frac{4}{3}} =$</td><td></td><td></td><td>4</td></tr>
<tr><td></td><td>$\left[\left(3x^2 + 8x + 16\right)\cdot \mathrm{e}^{-0,5x}\right]_0^{\frac{4}{3}} \approx 16{,}43 - 16 = 0{,}43$</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Summe (Aufgabe 1)</td><td>10</td><td>16</td><td>8</td></tr>
<tr><td></td><td>Mögliche BE</td><td colspan="3">34</td></tr>
</table>

Teil-auf-gaben		BE in AB I	II	III
2.1	$D_f = \mathbb{R}\setminus\{0{,}5\}$	1		
2.2	$x_0 = 0{,}5$; $Z(0{,}5) = 1{,}5 \neq 0$, $N(0{,}5) = 0$, Untersuchung der Umgebung, $x_P = 0{,}5$ ist Polstelle mit Vorzeichenwechsel.		4	
2.3	Polynomdivision ergibt $f(x) = x + 1 + \frac{1}{2x-1}$.		2	
	$A(x) = x + 1$	1		
2.4	$2x_N^{\ 2} + x_N = 0$; $x_{N_1} = 0$; $x_{N_2} = -0{,}5$	3		
2.5	$f'(x_E) = 0$; $4x_E^{\ 2} - 4x_E - 1 = 0$; $x_{E_1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 1{,}21$; $x_{E_2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \approx -0{,}21$	2		
	$f''(1{,}21) \approx 2{,}79 > 0$; $T(1{,}21 \mid 2{,}91)$; $f''(-0{,}21) \approx -2{,}79 < 0$; $H(-0{,}21 \mid 0{,}09)$		4	
2.6	$\begin{array}{c\|c\|c\|c\|c\|c\|c} x & -3 & -2 & -1 & 1 & 2 & 3 \\ \hline f(x) & -2{,}14 & -1{,}2 & -0{,}33 & 3 & 3{,}33 & 4{,}2 \end{array}$	3		
			5	
2.7	$m_t = f'(-0{,}5) = 0{,}5$; $t(-0{,}5) = f(-0{,}5) = 0$; $t(x) = 0{,}5x + 0{,}25$;		2	
	$f(x_B) = t(x_B)$; $x_B + 1 + \frac{1}{2x_B - 1} = \frac{1}{2}x_B + \frac{1}{4}$; $\frac{1}{2}x_B + \frac{3}{4} + \frac{1}{2x_B - 1} = 0$; $x_B^{\ 2} + x_B + \frac{1}{4} = 0$; $x_{B_{1/2}} = -\frac{1}{2}$ Daher gibt es keine weiteren gemeinsamen Punkte.			3
2.8	Wegen $g(x) = \frac{x(2x+1)}{2x+a}$ füllt für $a = 1$ $P_1(-0{,}5 \mid -0{,}5)$ und für $a = 0$ $P_2(0 \mid 0{,}5)$ die Lücke. Die Angabe eines Wertes für a reicht aus.			3
	Summe (Aufgabe 2)	10	17	6
	Mögliche BE		33	

Teilaufgaben	Erwartete Teilleistung	BE in AB I	II	III
3.1	Graph von f zeichnen  		4	
3.2	$g(x_N)=0 \quad 0=1-2\cos(x_N) \quad \cos(x_N)=1/2$ $\underline{\underline{x_{N_1}=\frac{\pi}{3}}} \quad \underline{\underline{x_{N_2}=\frac{5}{3}\pi}}$	2		
	Ableitungen: $g'(x)=2\sin(x)$; $g''(x)=2\cos(x)$ Hoch- und Tiefpunkte: $g'(x_E)=0 \quad 0=2\sin(x_E) \quad \underline{x_{E_1}=0} \quad \underline{x_{E_2}=\pi} \quad \underline{x_{E_3}=2\pi}$	2		
	$g''(0)=2>0$ Tiefpunkt $T_1(0\mid-1)$ $g''(\pi)=-2<0$ Hochpunkt $H(\pi\mid 3)$ $g''(2\pi)=2>0$ Tiefpunkt $T_2(2\pi\mid-1)$	3		
	Graph von g zeichnen (siehe unter 3.1)	3		
3.3	Schnittpunktberechnung $f(x_S)=g(x_S)$ führt auf $2\cos(x_S)+\sin(2x_S)=0$. Additionstheorem $\sin(2x)=2\sin(x)\cos(x)$ anwenden		2	
	$2\cos(x_S)[1+\sin(x_S)]=0$ $\cos(x_S)=0$ | $\sin(x_S)=-1$ $\underline{\underline{x_{S_1}=\frac{\pi}{2}}} \quad \underline{\underline{x_{S_2}=\frac{3\pi}{2}}}$ | $\underline{\underline{x_{S_3}=\frac{3\pi}{2}}}$ Schnittpunkte sind $S_1\left(\frac{\pi}{2}\middle\|1\right)$ und $S_2\left(\frac{3}{2}\pi\middle\|1\right)$.		4	
	Differenzfunktion $d(x)=g(x)-f(x)$ aufstellen, $d(x)=-2\cos(x)-\sin(2x)$ Fläche $A=\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} d(x)\,\mathrm{d}x=\left[-2\sin(x)+\frac{1}{2}\cos(2x)\right]_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}=\underline{\underline{4}}$		4	
	Zwischensumme (Aufgabe 3)	10	14	0

Teil-aufgaben	Erwartete Teilleistung	BE in AB I	II	III
	Übertrag (Aufgabe 3)	10	14	0
3.4	$f'(x)=2\cos(2x)$, $g'(x)=2\sin(x)$ und damit $f'(x_0)=g'(x_0)$ $2\cos(2x_0)=2\sin(x_0)$ Umformen mittels Additionstheorem $\cos(2x)=1-2\sin^2(x)$ ergibt: $1-2\sin^2(2x_0)=\sin(x_0)$; $2\sin^2(2x_0)+\sin(x_0)-1=0$.		3	
	Substitution $\sin(x_0)=z$ ergibt die quadratische Gleichung $z^2+0{,}5z-0{,}5=0$.			2
	Lösen der quadratischen Gleichung und Rücksubstitution liefert die Lösungen: $z_1=0{,}5$ und damit $\underline{\underline{x_1=\frac{\pi}{6}}}$ und $\underline{\underline{x_2=\frac{5\pi}{6}}}$; $z_2=-1$ und damit $\underline{\underline{x_3=\frac{3\pi}{2}}}$.			4
	Summe (Aufgabe 3)	10	17	6
	Mögliche BE		33	

Teil-aufgaben		BE in AB I	II	III
4.1	$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; D(-1 \mid 0 \mid 0)$	2		
	$S = \lvert\overrightarrow{AB}\rvert \cdot \lvert\overrightarrow{BC}\rvert = \sqrt{10} \cdot \sqrt{40} = 20;\ S = 20\ \text{km}^2$	2		
4.2	Mögliche Geradengleichung durch $F(0 \mid 50 \mid 2)$ und $G(0 \mid 0 \mid 0{,}5)$: $g_1 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 50 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -100 \\ -3 \end{pmatrix};\ r \in \mathbb{R}$	2		
4.3	Durch Einsetzen der Geraden g_1 in die Ebene E_1 erhält man mit $3 \cdot (50 - 100r) + 2 \cdot (2 - 3r) = 120 \quad r = \frac{1}{9}$ und $I(0 \mid 38{,}9 \mid 1{,}67)$.	4		
4.4	Der Verlauf der Nebelbank wird durch die Schnittgerade g_2 der Ebene E_1 mit der x-y-Ebene ausgedrückt.		2	
	Aus der Achsenabschnittsform für $E_1 : -\frac{x}{20} + \frac{y}{40} + \frac{z}{60} = 1$ folgt als mögliche Gleichung der Geraden durch die Punkte $A(-20 \mid 0 \mid 0)$ und $B(0 \mid 40 \mid 0)$ $g_2 : \vec{x} = \begin{pmatrix} -20 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 20 \\ 40 \\ 0 \end{pmatrix};\ r \in \mathbb{R}$.		5	
4.5	Für den Schnittwinkel γ zwischen der Ebene E_1 und der x-y-Ebene folgt aus $\vec{n}_{E_1} = \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{n}_{x-y-\text{Ebene}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\cos\gamma = \frac{\lvert\vec{n}_{E_1} \cdot \vec{n}_{x-y-\text{Ebene}}\rvert}{\lvert\vec{n}_{E_1}\rvert \cdot \lvert\vec{n}_{x-y-\text{Ebene}}\rvert} = \frac{2}{7} \quad \gamma \approx 73{,}4°$.		5	
4.6	Wegen der Parallelität von E_1 und E_2 gilt $E_2 : -6x + 3y + 2z = c$			3
	Punktprobe mit $H(0 \mid 25 \mid 1{,}25)$ liefert mit $3 \cdot 25 + 2 \cdot 1{,}25 = 77{,}5$ $E_2 : -6x + 3y + 2z = 77{,}5$.		3	
4.7	Mit $x = -1$ und $y = -1$ ist $z = \sqrt{2} \cdot \tan 10° \approx 0{,}25$.			3
	Mögliche Geradengleichung zur Beschreibung des neuen Kurses: $g_3 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0{,}5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0{,}25 \end{pmatrix};\ r \in \mathbb{R}$		2	
	Summe (Aufgabe 4)	10	17	6
	Mögliche BE		33	

Teil-aufgaben	Erwartete Teilleistung	BE in AB I	II	III
5.1	Sei X die Anzahl der richtig gesetzten Kreuze. X ist hypergeometrisch verteilt mit $N=5$, $K=2$, $n=2$ und $k=0\|1\|2$. Es gelten		3	
	$P(\{X=0\})=\dfrac{\binom{2}{0}\cdot\binom{3}{2}}{\binom{5}{2}}=\dfrac{3}{10}$, $P(\{X=1\})=\dfrac{6}{10}$ und $P(\{X=2\})=\dfrac{1}{10}$.	3		
5.2	Sei Y die Anzahl der richtig bearbeiteten Aufgaben. Y ist binomialverteilt mit $n=40$ und $p=0{,}1$.		2	
	$P(\{Y=0\})=\binom{40}{0}\cdot 0{,}1^0\cdot 0{,}9^{40}\approx 0{,}01478$	2		
5.3	$P(\{Y\le 3\})=\sum_{k=0}^{3}\binom{40}{k}\cdot 0{,}1^k\cdot 0{,}9^{40-k}\approx$ $0{,}01478+0{,}06569+0{,}14233+0{,}20032\approx 0{,}4231$	4		
5.4	Für den Erwartungswert gilt $E(Y)=n\cdot p=40\cdot 0{,}1=4$.	1		
5.5	Mit den Abkürzungen <4: „erhält im Test weniger als vier BE“ und *nur geraten*: „beantwortet alle Fragen nur durch Raten“ gilt $P(\{<4\})=P(\{<4\cap nur\ geraten\})+P(\{<4\cap\overline{nur\ geraten}\})=$ $0{,}15\cdot 0{,}4231+0{,}85\cdot 0{,}08\approx 0{,}1315$.		4	
	Gefragt ist nach $P_{<4}(\{nur\ geraten\})=\dfrac{P(\{<4\cap nur\ geraten\})}{P(\{<4\})}=\dfrac{0{,}15\cdot 0{,}4231}{0{,}1315}\approx 0{,}4826$.			6
5.6	Mit den Abkürzungen *Land*: „wohnt auf dem Land“, *Stadt*: „wohnt in der Stadt“ und *bestanden*: „hat den Test bestanden“ gelten $P_{Land}(\{bestanden\})=\dfrac{3178}{4237}\approx 0{,}75$ und		4	
	$P_{Stadt}(\{bestanden\})=\dfrac{12345-4237-3243}{12345-4237}\approx 0{,}60$.		3	
	Daher sind Wohnumfeld und Abschneiden bei dem Test stochastisch abhängig.		1	
	Summe (Aufgabe 5)	10	17	6
	Mögliche BE		33	