Abschlussprüfung
an der Berufsoberschule im Schuljahr 2014/2015

Fach	Mathematik (C)
Nur für die Lehrkraft	
Prüfungstag	27. April 2015
Prüfungszeit	09:00 – 13:00 Uhr
Zugelassene Hilfsmittel	Nicht graphikfähiger Taschenrechner mit gelöschtem Programmierteil, kein CAS-Rechner, Handbuch/Gebrauchsanleitung muss vorliegen, Formelsammlung, Rechtschreib-Wörterbuch (siehe Aufgabendeckblatt)
Allgemeine und spezielle Arbeitshinweise	Beachten Sie bitte das Schülerdeckblatt.
Erwartungs-horizonte	Die Beschreibungen der erwarteten Leistungen enthalten keine vollständigen Lösungen, sondern nur kurze Angaben. Hier nicht genannte, aber gleichwertige Lösungswege sind gleichberechtigt. Die aufgeführten Lösungswege zeigen immer nur eine Variante auf. Für andere Lösungswege oder Lösungsansätze, die schlüssig dargestellt werden und zu richtigen Zwischen- oder Endergebnissen führen, sind die vorgesehenen Bewertungseinheiten (BE) entsprechend zu vergeben. Wird jedoch der im Erwartungshorizont dargestellte Lösungsweg vom Prüfling verwendet, so sind die BE in der angegebenen Weise aufzuteilen. Damit die Möglichkeit besteht, den eigenen didaktischen Aspekten bei der Bewertung genug Raum zu geben, werden in der Regel die BE nicht kleinschrittig zugeordnet. Die Summe der BE pro Teilaufgabe ist verbindlich. Sind Zwischenergebnisse nicht korrekt ermittelt worden und die sich auf diesen Zwischenergebnissen aufbauenden weiteren Lösungswege schlüssig und nicht mit neuen Fehlern versehen, so sind die BE entsprechend zu erteilen (Folgefehler). Dieses Vorgehen ist nicht anzuwenden, wenn eine offensichtlich nicht sinnvolle Lösung unkommentiert bleibt oder der Lösungsweg durch den Fehler erheblich einfacher geworden ist. Die Verwendung von entsprechenden Operatoren in den Aufgabenstellungen erfordert vom Prüfling schriftliche Erläuterungen seiner Überlegungen. Bei der Bewertung dieser Erläuterungen, auf deren Darstellung im Erwartungshorizont weitgehend verzichtet wird, kann die Lehrkraft ihren pädagogischen Spielraum nutzen und sich an ihrer bisherigen Unterrichtspraxis orientieren. Im Erwartungshorizont wird teilweise auf formale mathematische Vollständigkeit verzichtet, wenn diese vom Schüler in der Regel nicht unbedingt zu erwarten ist.

Aufgabe Nr.	Soll
1	34
2	33
3 oder 4	33
Summe:	100

Abschlussprüfung Berufsoberschule 2015
Mathematik

Aufgabenvorschlag C

1 Exponentialfunktionen /34

In einem Labor wird die Ausbreitung einer Virusinfektion erforscht. Die Anzahl der infizierten Individuen steigt zunächst an und wird dann durch Einsatz eines Medikaments wieder reduziert. Die Ausbreitung der Virusinfektion wird durch die Funktion f modelliert:

$f(t) = 110t \cdot e^{1-0{,}3t}$

Der Graph der Funktion ist G_f.

Dabei stellt t die seit Infektionsbeginn verstrichene Zeit in Tagen und $f(t)$ die Anzahl der erkrankten Individuen dar.

1.1 Berechnen Sie, zu welchem Zeitpunkt die maximale Anzahl von erkrankten Individuen vorlag. Geben Sie auch die Anzahl an. **/9**
[Zur Kontrolle: $f'(t) = (110 - 33t) \cdot e^{1-0{,}3t}$]

1.2 Berechnen Sie den Zeitpunkt, an dem die Anzahl der erkrankten Individuen am stärksten zurückging. **/5**
Geben Sie an, wie groß zu diesem Zeitpunkt die Abnahme der erkrankten Individuen pro Tag ist.
[Hinweis: Auf die Prüfung des Ergebnisses mit Hilfe der 3. Ableitung kann verzichtet werden.]

1.3 Ergänzen Sie die Wertetabelle. **/5**

t	0	2	4	6	10	14	21
$f(t)$	0		360		149		

Zeichnen Sie unter Verwendung Ihrer errechneten Ergebnisse und der Tabellenwerte G_f in das Koordinatensystem auf der folgenden Seite.

1.4 Ein Teil der Forschergruppe erwartet, dass ab dem Tag 17 die Anzahl der Erkrankten linear abnehmen wird. **/5**
Dieser Verlauf wird durch die Tangente h an G_f im Punkt $P(17|f(17))$ dargestellt.
Stellen Sie die Gleichung dieser Tangente auf.
Zeichnen Sie die Tangente in das Koordinatensystem auf der folgenden Seite ein.

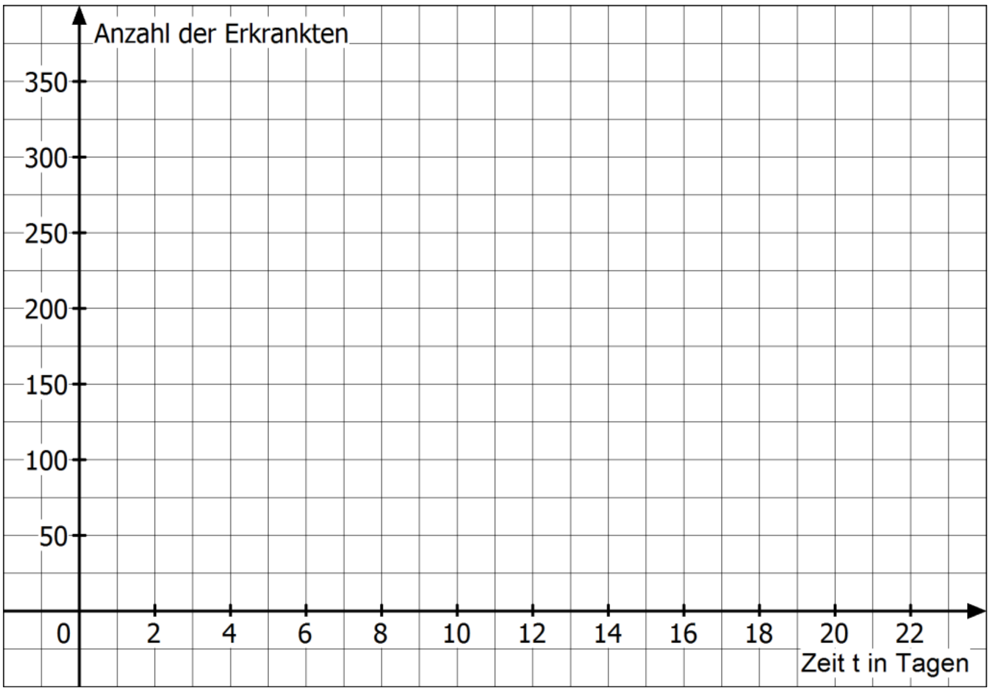
1.5 Geben Sie ohne Rechnung für die Prognosen $h(t)$ und $f(t)$ an, zu welchem Zeitpunkt jeweils die Funktionswerte auf null zurückgegangen sein werden. **/3**

Fortsetzung auf der nächsten Seite →

1.6 Bei einer anderen Versuchsgruppe werden die nachfolgenden Ergebnisse ermittelt. **/7**
Die Modellierung soll wieder durch eine Funktion der Form $g(t) = at \cdot e^{1-bt}$ erfolgen.
Ermitteln Sie durch Rechnung die Werte der Variablen a und b so, dass die ermittelten Ergebnisse näherungsweise erreicht werden.
Geben Sie die ermittelte Funktionsgleichung an.

t	0	2	5
$g(t)$	0	404	463

Koordinatensystem zu Aufgabe 1.3



2 Gebrochenrationale Funktionen /33

Gegeben ist die rationale Funktion *f* mit der Gleichung $f(x)=\dfrac{x^3+3x^2}{(x+1)^2}=\dfrac{x^3+3x^2}{x^2+2x+1}$.

Der Graph der Funktion ist G_f.

2.1 Bestimmen Sie die Art der Definitionslücke der Funktion *f* und untersuchen Sie ihr Verhalten in der Umgebung dieser Stelle.
Geben Sie den Definitionsbereich der Funktion *f* an. /3

2.2 Berechnen Sie die Nullstellen von *f*. /3

2.3 Bilden Sie die erste Ableitung der Funktion *f*. /3

2.4 Berechnen Sie Art und Lage des Extrempunktes sowie die Koordinaten des Wendepunktes von G_f. /9
Verwenden Sie dabei ohne eigene Berechnungen die Ableitungen in folgenden Schreibweisen:
$f'(x)=\dfrac{x^3+3x^2+6x}{(x+1)^3}$ und $f''(x)=\dfrac{-6x+6}{(x+1)^4}$.

[Hinweis: Ein Nachweis des Wendepunktes ist nicht gefordert.]

2.5 Bestimmen Sie die Gleichung der Asymptote *a*, welcher sich G_f für $x \to \pm\infty$ annähert. /3
[Zur Kontrolle: $a(x)=x+1$]

2.6 G_f und die Asymptote schneiden sich im Punkt *S*. /3
Berechnen Sie die Koordinaten dieses Punktes.

2.7 Ergänzen Sie die Wertetabelle. /6

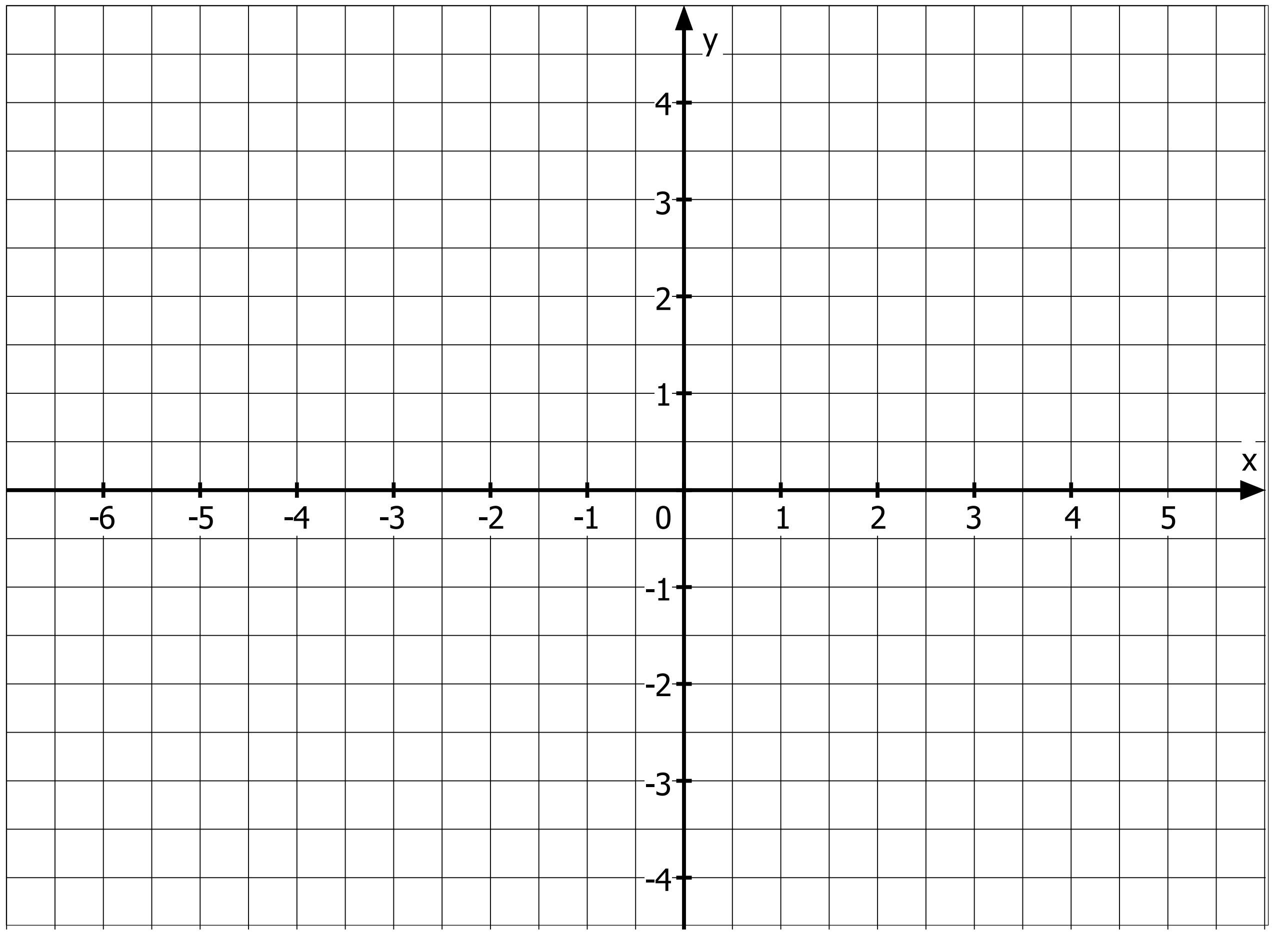
x	-5	-4	-2	$-0{,}5$	2	4
$f(x)$	$-3{,}13$		4			

Zeichnen Sie unter Verwendung Ihrer berechneten Ergebnisse G_f und die Asymptote *a* im Intervall $-5 \le x \le 4$ in das Koordinatensystem auf der folgenden Seite.

2.8 Erläutern Sie die Bedeutung des Ausdrucks $\displaystyle\int_{-\frac{1}{3}}^{3} \frac{3x+1}{x^2+2x+1}\,dx$ in Bezug auf die gegebene Funktion *f*. /3
Veranschaulichen Sie dies in dem Koordinatensystem auf der folgenden Seite.
Eine Berechnung des Ausdrucks ist nicht gefordert.

Fortsetzung auf der nächsten Seite →

Koordinatensystem zu Aufgabe 2.6:



3 Analytische Geometrie /33

Für die Überdachung einer Strandbar werden zwei dreieckige Planen aufgespannt. Sie sind an einer Seite verbunden und an jeweils einer Ecke an einem senkrecht stehenden Mast befestigt. Der Mast ist durch drei Seile abgespannt, d.h. auf dem Boden verankert. Die weiteren Abspannungen der Planen sind nicht dargestellt. (Siehe Abbildung, nicht maßstäblich; 1 LE entspricht 1m)
Gegeben sind die fünf Punkte: $A(4|1|4)$, $B(-3|9|3)$, $D(0|0|6)$, $M(0|0|8)$ und $E(0|4|0)$.

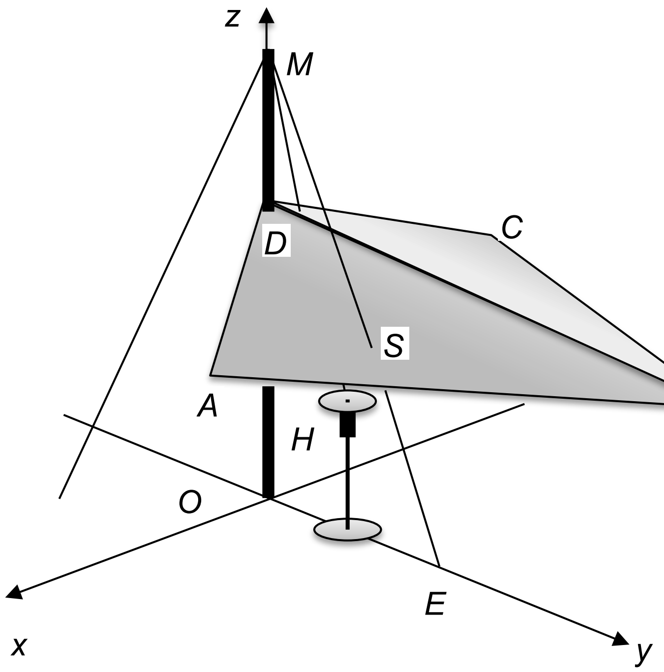


Abbildung: Strandbar

3.1 Berechnen Sie die Länge der Abspannung $\overline{ME}$. /3

3.2 Prüfen Sie, ob das Dreieck *ABD* im Punkt *A* einen rechten Winkel besitzt. /3

3.3 Berechnen Sie den Flächeninhalt der Dachfläche *ABD*. /5

3.4 Berechnen Sie die Größe des Winkels, den die Dachflächen *ABD* und *BCD* an der Kante *BD* einschließen. /8
Die Ebene der Dachfläche *BCD* kann durch die Gleichung $7x - 2y - 13z = -78$ beschrieben werden.

[Zur Kontrolle: Ein Normalenvektor der Ebene der Dachfläche *ABD* lautet: $\vec{n}_1 = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 13 \end{pmatrix}$]

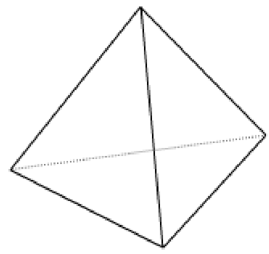
3.5 Die Abspannung $\overline{ME}$ durchstößt das Dreieck *ABD* im Punkt *S*. /8
Berechnen Sie die Koordinaten von *S.*

3.6 Unter der Überdachung wird ein Heizstrahler aufgestellt, dessen Wärmequelle sich im Punkt $H(0|1|2)$ befindet. Aus brandschutztechnischen Gründen muss dieser Punkt mindestens 3 Meter von den Planen entfernt sein. /6
Prüfen Sie durch eine Rechnung, ob dieser Mindestabstand zur Dachfläche *ABD* eingehalten wird.

4 Wahrscheinlichkeitsrechnung /33

Für ein Spiel wird ein reguläres Tetraeder verwendet, dessen Seiten mit den Ziffern 1, 1, 7, und 9 beschriftet sind.

Bei einem Wurf gilt die Ziffer der Seite, die unten liegt.



4.1 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Ziffernfolge 1-1-7-9 in dieser Reihenfolge geworfen wird. **/2**

4.2 Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei viermaligem Werfen des Tetraeders nach der ersten gewürfelten 9 eine 1 gewürfelt wird. **/8**

4.3 Es soll untersucht werden, wie häufig eine bestimmte Zahl fällt, z. B. eine 7. Begründen Sie, dass das *n*-malige Werfen des Tetraeders dann als Bernoulli-Kette der Länge *n* behandelt werden kann. **/2**

4.4 Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit der beiden folgenden Ereignisse. **/6**
A: Beim 17-maligen Werfen des Tetraeders wird genau viermal die 9 geworfen.
B: Beim achtmaligen Werfen des Tetraeders werden mindestens sechs Einsen geworfen.

4.5 Berechnen Sie, wie oft das Tetraeder mindestens geworfen werden muss, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95 % mindestens eine 7 geworfen wird. **/5**

Bruno bietet auf Gauklerfesten ein Spiel mit dem oben genannten Tetraeder an. Dabei zahlt er ein Zehntel der Summe der sichtbaren Ziffern aus. Zum Beispiel: Das Tetraeder kommt auf einer 1 zum Liegen, dann zahlt Bruno 1,70 € an den Spieler aus, denn er rechnet $\frac{1}{10}\cdot(1+7+9)=\frac{1}{10}\cdot 17=1{,}7$. Der Einsatz beträgt pro Spiel 1,50 €.

4.6 Berechnen Sie, welchen Gewinn Bruno pro Spiel durchschnittlich erwarten kann. **/4**

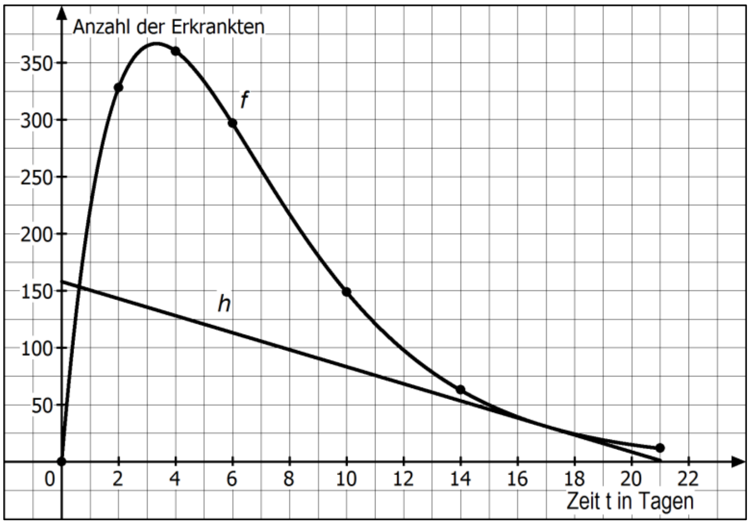
4.7 Berechnen Sie, mit welcher Zahl Bruno eine der beiden Einsen auf seinem Tetraeder überkleben muss, damit das Spiel fair ist. Füllen Sie dafür folgende Tabelle aus und nutzen Sie diese als Grundlage für Ihre Berechnungen. **/6**

	x	**1**	**7**	**9**
Wahrscheinlichkeit				
Auszahlung	1,70			
Gewinn	-0,20			

Erwartungshorizont für Aufgabenvorschlag C

<table>
<tr><th rowspan="2">Teil-
aufgabe</th><th rowspan="2">Beschreibung der erwarteten Schülerleistung</th><th colspan="3">BE/AB</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>1.1</td><td>Geg.: $f(t)=110t\cdot e^{1-0,3t}$
Bestimmung der beiden Ableitungen:
$f'(t)=(110-33t)\cdot e^{1-0,3t}$ und $f''(t)=(9,9t-66)\cdot e^{1-0,3t}$
$0=(110-33t)\cdot e^{1-0,3t}$ mit der Lösung $t_E=3,33$
$f''(3,33)=-33<0\Rightarrow H(3,33\,|\,366,7)$
Antwort: Nach 3,33 Tagen waren rund 367 Individuen erkrankt.</td><td>

4
1</td><td>

4</td><td></td></tr>
<tr><td>1.2</td><td>Gesucht ist der Wendepunkt: $f''(t)=0$
$0=(9,9t-66)\cdot e^{1-0,3t}$ mit der Lösung $t_W=6,67$
$f'(6,67)=-40,47$
Der stärkste Rückgang der Erkrankten war nach 6,67 Tagen erreicht. Die Anzahl sank um 41 pro Tag.</td><td></td><td>5</td><td></td></tr>
<tr><td>1.3</td><td><table><tr><td>t</td><td>0</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>10</td><td>14</td><td>21</td></tr><tr><td>$f(t)$</td><td>0</td><td>**328**</td><td>360</td><td>**297**</td><td>149</td><td>**63**</td><td>**12**</td></tr></table>

</td><td>2</td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>1.4</td><td>$f(17)=30,99$; $f'(17)=-7,47=m_t$
$h: y=mt+n$
Einsetzen der Werte: $30,99=-7,47\cdot 17+n$ ergibt $n=158$
Die Tangentengleichung lautet also: $h(t)=-7,47t+158$
Einzeichnen der Tangente (siehe Graphik in 1.3)</td><td>2

1</td><td>

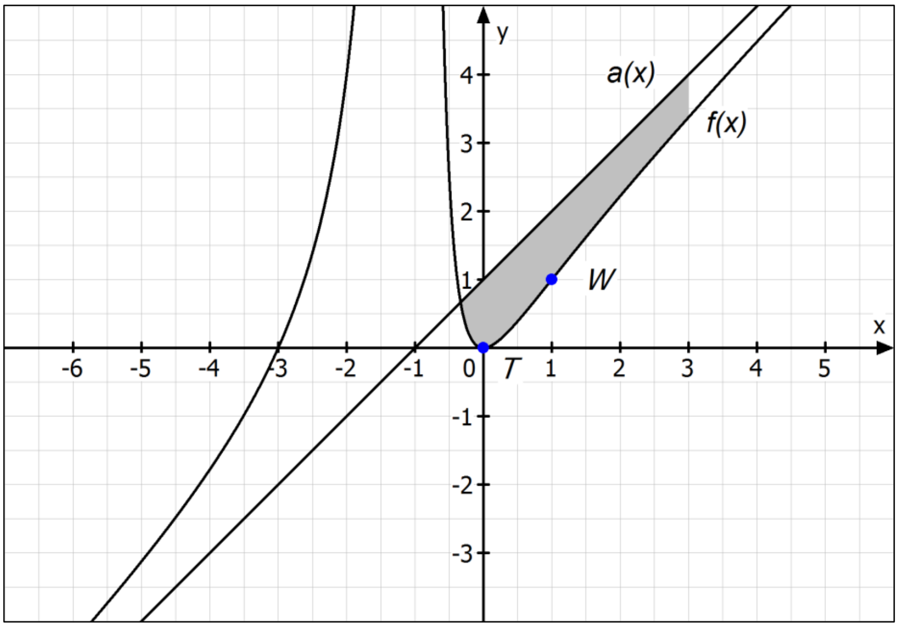
2</td><td></td></tr>
<tr><td>1.5</td><td>Die Tangente h hat ihre Nullstelle bei etwa 21.
G_f nähert sich asymptotisch der t-Achse, ohne sie zu erreichen.
Der Funktionswert von f würde also nie null werden.</td><td>1</td><td>

2</td><td></td></tr>
</table>

Teil-aufgabe	Beschreibung der erwarteten Schülerleistung	BE/AB		
		I	II	III
1.6	$g(t) = at \cdot e^{1-bt}$ Das Einsetzen des 2. und 3. Wertepaares ergibt folgende Gleichungen: I: $404 = 2a \cdot e^{1-2b}$ II: $463 = 5a \cdot e^{1-5b}$ I umgestellt nach a: $a = \frac{202}{e^{1-2b}}$ kann in II eingesetzt werden: $463 = 5 \cdot \frac{202}{e^{1-2b}} \cdot e^{1-5b} \Leftrightarrow \frac{463}{1010} = \frac{e^{1-5b}}{e^{1-2b}}$ und somit $\frac{463}{1010} = e^{1-5b-(1-2b)} \Leftrightarrow \frac{463}{1010} = e^{-3b}$ mit der Lösung $b = \frac{\ln \frac{463}{1010}}{-3} \approx 0{,}26$ Eingesetzt in I ergibt sich: $404 = 2a \cdot e^{1-2 \cdot 0{,}26}$ mit $a = \frac{202}{e^{0{,}48}} \approx 125$ Die Gleichung lautet: $g(t) = 125t \cdot e^{1-0{,}26t}$		2	5
	Summen der BE in den Anforderungsbereichen	11	18	5
	Summe der BE	34		

<table>
<tr><th rowspan="2">Teil-aufgabe</th><th rowspan="2">Beschreibung der erwarteten Schülerleistung</th><th colspan="3">BE/AB</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>2.1</td><td>Der Ansatz $(x+1)^2=0$ liefert die Lösung $x=-1$.
Da der Zähler hier von null verschieden ist, handelt es sich um eine Polstelle.
Untersuchen der Umgebung:
$f(-1{,}01)=20299$ und $f(-0{,}99)=19700$
also ist $x=-1$ ist Polstelle ohne Vorzeichenwechsel (+)
D = IR \ {-1 }</td><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2.2</td><td>Ansatz für Nullstelle: $0=x^3+3x^2 \Leftrightarrow 0=x^2(x+3)$
mit den Lösungen $x_{1/2}=0$ und $x_3=-3$
Das Nennerpolynom ist in beiden Fällen von null verschieden.</td><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2.3</td><td>$f(x)=\frac{x^3+3x^2}{(x+1)^2}$
$f'(x)=\frac{(3x^2+6x)(x+1)^2-(x^3+3x^2)\cdot 2(x+1)}{(x+1)^4}$
und nach Kürzen des Faktors $(x+1)$ und Vereinfachen
$f'(x)=\frac{x^3+3x^2+6x}{(x+1)^3}$</td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>2.4</td><td>Berechnen des Extrempunktes:
$f'(x)=0$
$x^3+3x^2+6x=0$
$x(x^2+3x+6)=0$
$x_E=0$ und $x^2+3x+6=0$ ergibt keine weiteren Lösungen
$f''(0)=6>0 \Rightarrow T(0\,|\,0)$
Bestimmung des Wendepunktes:
$f''(x)=0$
$-6x+6=0$; $x_W=1$; $f(1)=1$, damit $W(1|1)$</td><td>6

3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2.5</td><td>Die Polynomdivision liefert:
$\frac{x^3+3x^2}{(x+1)^2}=(x^3+3x^2):(x^2+2x+1)=x+1+\frac{-3x-1}{x^2+2x+1}$.
Die Gleichung der Asymptote lautet also: $a(x)=x+1$.</td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>2.6</td><td>Die Schnittstelle zwischen f und a ist dadurch gekennzeichnet, dass der Restterm aus der Polynomdivision gleich null wird.
$\frac{-3x-1}{x^2+2x+1}=0$
Das gilt für $-3x-1=0$ mit der Lösung $x=-\frac{1}{3}$.
Mit $f\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{2}{3}$ ergibt sich $S\left(-\frac{1}{3}\middle|\frac{2}{3}\right)$.</td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
</table>

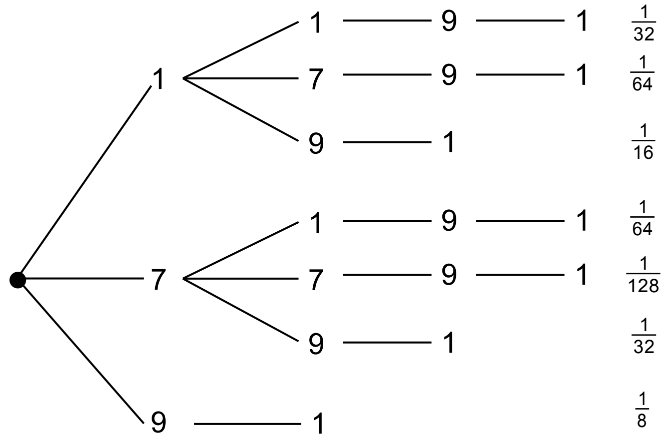
<table>
<tr><td>2.7</td><td>
<table>
<tr><td>x</td><td>-5</td><td>-4</td><td>-2</td><td>$-0{,}5$</td><td>2</td><td>4</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$-3{,}13$</td><td>-1,78</td><td>4</td><td>2,5</td><td>2,22</td><td>4,48</td></tr>
</table>


</td><td>2</td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td>2.8</td><td>Es wird über den Restterm integriert. Dieser stellt die Differenz zwischen $a(x)$ und $f(x)$ dar. Eine Integration über der Differenzfunktion liefert den Betrag der Fläche zwischen den Graphen von f und a im Intervall $-\frac{1}{3} \leq x \leq 3$.
Einzeichnen der Fläche (siehe Graphik in 2.8)</td><td></td><td></td><td>3</td></tr>
<tr><td></td><td>Summen der BE in den Anforderungsbereichen</td><td>17</td><td>13</td><td>3</td></tr>
<tr><td></td><td>Summe der BE</td><td colspan="3">33</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">Teil-aufgabe</th><th rowspan="2">Beschreibung der erwarteten Schülerleistung</th><th colspan="3">BE/AB</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>3.1</td><td>$\overrightarrow{ME} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -8 \end{pmatrix}, \left|\overrightarrow{ME}\right| = \sqrt{80} \approx 8{,}944$
Die Abspannung ist etwa 8,94 m lang.</td><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3.2</td><td>$\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}\ \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -7 \\ 8 \\ -1 \end{pmatrix},\ \overrightarrow{AD} \bullet \overrightarrow{AB} = 18 \neq 0$; kein rechter Winkel</td><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3.3</td><td>$A = \frac{1}{2} ab \sin\gamma,\quad a = \left|\overrightarrow{AD}\right| = \sqrt{21},\quad b = \left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{114}$
$\gamma = \arccos\frac{\overrightarrow{AD} \bullet \overrightarrow{AB}}{\left|\overrightarrow{AD}\right|\left|\overrightarrow{AB}\right|} = \arccos\frac{18}{\sqrt{21 \cdot 114}} = 68{,}41^\circ$
$A = \frac{1}{2}\sqrt{21 \cdot 114} \sin 68{,}41^\circ = 22{,}75$
Die Dachfläche ABD hat einen Inhalt von 22,75 m².</td><td></td><td>5</td><td></td></tr>
<tr><td>3.4</td><td>Bestimmen eines Normalenvektors der Ebene E_{ABD}:
$\overrightarrow{n_1} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix},\quad \begin{matrix} \overrightarrow{n_1} \perp \overrightarrow{AD}: -4x - y + 2z = 0 \\ \overrightarrow{n_1} \perp \overrightarrow{AB}: -7x + 8y - z = 0 \end{matrix}$
Lösen des unterbestimmten Gleichungssystems z. B. durch
$x = 5, y = 6$ und $z = 13$.
$\overrightarrow{n_1} = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 13 \end{pmatrix}$
Ablesen des Normalenvektors der Ebene E_{BCD}:
$\overrightarrow{n_2} = \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \\ -13 \end{pmatrix}$
Berechnung des Winkels zwischen den Normalenvektoren:
$\alpha = \arccos\frac{\overrightarrow{n_1} \bullet \overrightarrow{n_2}}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|\left|\overrightarrow{n_2}\right|} = \arccos\frac{35 - 12 - 169}{\sqrt{230 \cdot 222}} = 130{,}25^\circ$
Nebenwinkel $\alpha' = 180^\circ - 130{,}25^\circ = 49{,}75^\circ$</td><td></td><td>5

3</td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">Teil-aufgabe</th><th rowspan="2">Beschreibung der erwarteten Schülerleistung</th><th colspan="3">BE/AB</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>3.5</td><td>Erstellen der Geradengleichung für ME: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix} + r\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -8 \end{pmatrix}$ und der
Ebenengleichung für E_1: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -7 \\ 8 \\ -1 \end{pmatrix}$.
Ansatz:
$0 = -4s - 7t$
$4r = -s + 8t$
$8 - 8r = 6 + 2s - t$
Lösen des Gleichungssystems mit $t = \frac{2}{15}$, $s = -\frac{7}{30}$ und $r = \frac{13}{40}$
Berechnen des Ortsvektors des Durchstoßpunktes:
$\overrightarrow{x_S} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix} + \frac{13}{40}\begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1{,}3 \\ 5{,}4 \end{pmatrix}$
damit gilt: $S(0\,|\,1{,}3\,|\,5{,}4)$</td><td>1
1
1</td><td>5</td><td></td></tr>
<tr><td>3.6</td><td>Ebenengleichung für E_{ABD} in Normalenform:
$\left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}\right] \bullet \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 13 \end{pmatrix} = 0$ und mittels $\left|\vec{n_1}\right| = \sqrt{230}$ in
HNF: $\left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}\right] \bullet \begin{pmatrix} 5/\sqrt{230} \\ 6/\sqrt{230} \\ 13/\sqrt{230} \end{pmatrix} = 0$
Bestimmung des Abstandes:
$d = \left|\left[\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}\right] \bullet \begin{pmatrix} 5/\sqrt{230} \\ 6/\sqrt{230} \\ 13/\sqrt{230} \end{pmatrix}\right| = 3{,}033$
Der Abstand ist größer als der geforderte Mindestabstand.</td><td></td><td></td><td>6</td></tr>
<tr><td></td><td align="right">Summen der BE in den Anforderungsbereichen</td><td>9</td><td>18</td><td>6</td></tr>
<tr><td></td><td align="right">Summe der BE</td><td colspan="3">33</td></tr>
</table>

Teil- aufgabe	Beschreibung der erwarteten Schülerleistung	BE/AB		
		I	II	III
4.1	$P(\text{"}1-1-7-9\text{"}) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4} = \frac{1}{64} = 0{,}015625$	2		
4.2	z. B. mit Hilfe eines verkürzten Baumes  E: Nach der ersten 9 fällt eine 1. $P(E) = \frac{1}{32}+\frac{1}{64}+\frac{1}{16}+\frac{1}{64}+\frac{1}{128}+\frac{1}{32}+\frac{1}{8} = \frac{37}{128} \approx 0{,}2891$		8	
4.3	Bernoulli-Kette, da: • Alle Versuche unabhängig voneinander durchgeführt werden, d. h., dass die Trefferwahrscheinlichkeiten für die Ziffern 1, 7 und 9 immer konstant bleiben. • Es gibt für jeden Versuch nur zwei mögliche Ausgänge: die bestimmte Zahl fällt (Treffer) oder sie fällt nicht (Niete).	2		
4.4	A $n = 17;\ p = 0{,}25$ $P(X=4) = \binom{17}{4}\cdot 0{,}25^4 \cdot 0{,}75^{13}$ $\approx 0{,}2209$ B $n = 8;\ p = 0{,}5$ $P(X \geq 6) = P(X=6)+P(X=7)+P(X=8)$ $= \binom{8}{6}\cdot 0{,}5^6\cdot 0{,}5^2 + \binom{8}{7}\cdot 0{,}5^7 \cdot 0{,}5 + 0{,}5^8$ $\approx 0{,}1445$	2	4	
4.5	E: Es wurde mindestens eine 7 geworfen. $P(E) = P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) \geq 0{,}95$ $P(X=0) \leq 0{,}05$ $0{,}75^n \leq 0{,}05$ $n \cdot \ln 0{,}75 \leq \ln 0{,}05$ $n \geq \frac{\ln 0{,}05}{\ln 0{,}75} \approx 10{,}4$ Man muss mindestens 11 Mal das Tetraeder werfen, damit man mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95 % mindestens einmal eine 7 geworfen hat.		5	

<table>
<tr><th rowspan="2">Teil-aufgabe</th><th rowspan="2">Beschreibung der erwarteten Schülerleistung</th><th colspan="3">BE/AB</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>4.6</td><td>Einsatz: 1,50 €

<table>
<tr><th></th><th>1</th><th>7</th><th>9</th></tr>
<tr><td>Wahrscheinlichkeit</td><td>0,5</td><td>0,25</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Auszahlung</td><td>1,70</td><td>1,10</td><td>0,90</td></tr>
<tr><td>Gewinn</td><td>-0,20</td><td>0,40</td><td>0,60</td></tr>
</table>

Durchschnittlicher Gewinn:
$G = 0{,}5 \cdot (-0{,}20) + 0{,}25 \cdot 0{,}40 + 0{,}25 \cdot 0{,}60$
$= -0{,}10 + 0{,}10 + 0{,}15$
$= 0{,}15$</td><td>4</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>4.7</td><td>Einsatz: 1,50 €

Ein Spiel ist fair, wenn der durchschnittliche Gewinn 0 ist.

<table>
<tr><th></th><th>x</th><th>1</th><th>7</th><th>9</th></tr>
<tr><td>Wahrscheinlichkeit</td><td>0,25</td><td>0,25</td><td>0,25</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Auszahlung</td><td>1,70</td><td>$1{,}60 + \frac{x}{10}$</td><td>$1{,}00 + \frac{x}{10}$</td><td>$0{,}80 + \frac{x}{10}$</td></tr>
<tr><td>Gewinn</td><td>-0,20</td><td>$-0{,}10 - \frac{x}{10}$</td><td>$0{,}50 - \frac{x}{10}$</td><td>$0{,}70 - \frac{x}{10}$</td></tr>
</table>

$G = 0$
$G = 0{,}25 \cdot (-0{,}20 - 0{,}10 - \frac{x}{10} + 0{,}50 - \frac{x}{10} + 0{,}70 - \frac{x}{10})$
$0{,}25 \cdot \left(0{,}90 - \frac{3}{10}x\right) = 0$
$0{,}90 - \frac{3}{10}x = 0$
$x = 3$
Bruno muss eine 1 mit einer 3 überkleben, damit das Spiel fair wird.</td><td></td><td></td><td>6</td></tr>
<tr><td></td><td>Summen der BE in den Anforderungsbereichen</td><td>10</td><td>17</td><td>6</td></tr>
<tr><td></td><td>Summe der BE</td><td colspan="3">33</td></tr>
</table>