

# Handreichung zur Themenkiste

## Inhaltsverzeichnis

1	Worum es geht .....	2
2	Lernumgebungen dieser Themenkiste - Bezug zum Rahmenlehrplan .....	6
3	Grundsätzliche didaktische und methodische Überlegungen für den Einsatz einer Lernumgebung .....	11
4	Umgang mit sprachlichen Hilfen.....	12
5	Materialliste .....	13
6	Evaluation.....	17
7	Literatur / Links .....	18

## 1 Worum es geht

Die Themenkiste „Würfel“ enthält ein Lernangebot für die Schulanfangsphase und sieben Lernumgebungen. Das Kernstück jeder Lernumgebung sind die vernetzten Aufgaben, die auf dem Aufgabenblatt zusammengestellt wurden. Sie sind mathematisch fundiert und reichhaltig genug, um alle Kinder zu Entdeckungen und neuen Erkenntnissen anzuregen. Die Einstiegsaufgabe in die Lernumgebung ist so konzipiert, dass alle Kinder sie bewältigen können; gleichzeitig hält die Lernumgebung auch anspruchsvollere Anforderungen bereit. Alle Kinder befassen sich mit demselben Themenkomplex und können ihrem unterschiedlichen Lern- und Arbeitstempo entsprechend arbeiten. Auch wenn am Ende nicht alle gleich weit sind, gibt es genügend gemeinsame Sprechansätze: Durch das Präsentieren und den Austausch über individuelle Lösungswege werden die Kinder angeregt, ihr eigenes Handeln zu reflektieren, und sie lernen von- und miteinander. Die Lernumgebungen stellen keine Abfolge einer Aufgabenreihe dar, sondern jede Lernumgebung steht für sich. Sie bereichern den Unterricht zum jeweiligen Thema.

Würfel treten in der Natur in Kristallen (Pyrit und Salzkristalle) auf. Schon vor über 5000 Jahren wurden Würfel von Menschen als Spielwürfel genutzt. Vorschulkinder verwenden sie zum Bauen und für Gesellschaftsspiele. Den Würfel gilt es im Mathematikunterricht genau zu erkunden und vielfältige Erfahrungen zu sammeln.

Der Würfel ist einer von fünf regulären Polyedern, den sogenannten platonischen Körpern. „Ein Polyeder (Vielflach) ist ein Körper, der von ebenen Flächen aus (beliebigen)  $n$ -Ecken (Polygone, Vielecke) begrenzt wird.“<sup>1</sup> „Ein Würfel ist ein Körper. Er hat acht Ecken, sechs Flächen und zwölf Kanten. Die Flächen sind gleich große Quadrate. Legt man sie übereinander sind alle deckungsgleich. Die Kanten sind gleich lang. An jeder Kante stoßen zwei Flächen aneinander. An jeder Kante liegen zwei Ecken. An jeder Ecke stoßen immer drei Flächen und drei Kanten zusammen. Rollt man einen Würfel ab, so entsteht ein Würfelnetz. Damit besteht jedes Würfelnetz aus sechs gleich großen, zusammenhängenden Quadraten.“<sup>2</sup>

Beim Bearbeiten der Lernumgebungen dieser Themenkiste werden Alltagserfahrungen der Kinder aufgegriffen und weiterentwickelt. So leistet das Bauen und Darstellen von Würfelgebäuden einen wichtigen Beitrag zur Schulung der Raumvorstellung.

Das räumliche Vorstellungsvermögen ist ein Zusammenspiel mehrerer räumlich-visueller Komponenten<sup>3</sup>.

<sup>1</sup> Merschmeyer-Brüwer, Carla: Raum und Form begreifen und sich vorstellen. In: Mathematik differenziert (2011) 1, S. 6-8

<sup>2</sup> Franke, Marianne (2007): Didaktik der Geometrie in der Grundschule. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, S.152

<sup>3</sup> vgl. Grassmann, Marianne / Eichler, Klaus-Peter / Mirwald, Elke / Nitsch, Bianca (2010): Mathematikunterricht. Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren, S. 99-101

Das räumliche Vorstellungsvermögen wird durch verschiedene Teilfähigkeiten beschrieben. Folgende Fähigkeiten sind dabei von besonderer Bedeutung<sup>4</sup>:

1. die räumliche Wahrnehmung: Fähigkeit, Objekte und Lagebeziehungen in Bezug auf den eigenen Körper wahrzunehmen. Voraussetzung sind nach M. Frostig<sup>5</sup> die Entwicklung der visuomotorischen Koordination, der Figur-Grund-Wahrnehmung, der Wahrnehmungskonstanz, der Wahrnehmung räumlicher Beziehungen und der Wahrnehmung der Raumlage.
2. das Vorstellen räumlicher Beziehungen unbewegter Objekte
3. die räumliche Orientierung
4. die räumliche Visualisierung: Fähigkeit, sich Objekte vorzustellen und sie in der Vorstellung zu verändern
5. die Fähigkeit zur mentalen Rotation

Diese Themenkiste bietet dazu vielfältige Anregungen. Die Kinder beschreiben Anordnungen, untersuchen Kantenmodelle und Netze von Würfeln. Das Bauen mit Würfeln nach Vorlagen, das Erstellen von Bauplänen zu ihren Bauwerken sowie das Zuordnen zweidimensionaler Darstellungen von Würfelbauwerken zu ihren Bauplänen und das Bestimmen der Anzahl der Würfel entwickelt das räumliche Vorstellungsvermögen der Kinder weiter.<sup>6</sup> Abstraktionsprozesse werden gefördert, indem ausgehend von den Handlungserfahrungen innere Handlungen und Bilder aufgebaut werden. Die Aufgaben werden anschließend im Kopf gelöst und zur Kontrolle am realen Objekt überprüft. Dies wirkt sich insgesamt positiv auf die mathematische Leistung des Kindes aus.<sup>7</sup> Das räumliche Vorstellungsvermögen benötigen die Kinder beim Bauen und Spielen und für die Orientierung in ihrer Umgebung.

Den Lernumgebungen ist ein **Lernangebot für die Schulanfangsphase** vorangestellt. In diesem Vorkurs werden die Lagebeziehungen hinten, vorne, rechts und links geübt und genutzt, um Würfelgebäude zu beschreiben. Die Kinder lernen, Baupläne zu erstellen und entsprechende Gebäude zu bauen.

In der **Lernumgebung 1 „Würfelgebäude“** werden zwei- und dreidimensionale Darstellungen von Würfelgebäuden in Beziehung gesetzt und der Vorteil des Bauplans - die Eindeutigkeit - im Vergleich zum Schrägbild herausgearbeitet. Es werden Baupläne erstellt und beschrieben. Zusätzlich wird das Bauen von Würfelgebäuden und das Erstellen der dazugehörigen Baupläne unter kombinatorischem Aspekt betrachtet.

<sup>4</sup> vgl. Grassmann, ebenda S. 99f

<sup>5</sup> Frostig, Marianne u.a. (1977): Visuelle Wahrnehmungsförderung- Übungs- und Beobachtungsfolge für den Elementar- und Primarbereich. Dortmund: Crüwell

<sup>6</sup> vgl. Franke, ebenda S.16

<sup>7</sup> vgl. Grundschule Mathematik (2015) 45, S.4f

In der **Lernumgebung 2 „Würfelnetze“** lernen die Schülerinnen und Schüler Würfelnetze kennen und sie zu identifizieren. Hierbei spielen die beiden Vorgehensweisen, das Abrollen/Aufklappen und das Zusammensetzen von Quadraten zu einem Würfelnetz, eine wichtige Rolle. Die Lernumgebung fördert die Darstellungs- und Problemlösekompetenz, indem die Lernenden Würfelnetze zeichnen, Strategien entwickeln und Würfelnetze nach Kriterien ordnen.

Die Schülerinnen und Schüler finden in der **Lernumgebung 3 „Somawürfel“** alle Würfelvierlinge und vergleichen sie mit den Teilen des Somawürfels. Dabei setzen sie sich mit der Form der Somateile auseinander, was das anschließende Nachbauen vorgegebener und das Finden eigener Figuren aus Somateilen erleichtert. Für die Abbildung der gefundenen Lösungen kommen unterschiedliche Medien zum Einsatz.

Im Mittelpunkt von **Lernumgebung 4 „Seitenansichten“** stehen das Erfassen räumlicher Beziehungen und deren Veranschaulichung. Die Schülerinnen und Schüler üben, Gebäude aus verschiedenen Perspektiven zu zeichnen bzw. mit Hilfe von Seitenansichten Würfelgebäude zu bauen.

In der **Lernumgebung 5 „Schrägbilder“** müssen die Lernenden Lagebeziehungen im Raum erkennen und in eine ebene bildliche Darstellung übertragen. Dazu nutzen sie Legematerial (Rauten und Würfelplättchen). Sie dokumentieren ihre Ergebnisse auf isometrischem Rasterpapier.

In der **Lernumgebung 6 „Kantenmodelle von Würfelmehrlingen“** untersuchen die Schülerinnen und Schüler Zahlenfolgen (Anzahl der Ecken, Anzahl der Kanten), die sich durch die stetige Fortsetzung von Würfelbauten ergeben. Die Herausforderung ist es, sich vorzustellen, welche Kanten und Ecken die einzelnen Würfel in einem Würfelmehrling gemeinsam haben.

In der **Lernumgebung 7 „Würfel kippen“** wird die Fähigkeit gefördert, sich Bewegungen von Körpern im Raum vorzustellen (Fähigkeit zur mentalen Rotation) und diese Bewegungen zu beschreiben.

Die Lernumgebungen leisten einen Beitrag zur Sprach- und Medienbildung.

Für die Lernumgebungen stehen interaktive Zuordnungs- und Merkspiele zur Verfügung, die zur Festigung grundlegender geometrischer Begriffe eingesetzt werden können. In einigen Lernumgebungen bietet sich außerdem der Einsatz weiterer digitaler Medien oder Programme an. Die empfohlenen Anwendungen wurden im Hinblick auf die angestrebte Kompetenz ausgewählt. Zum jetzigen Zeitpunkt sind uns keine anderen Anwendungen bekannt, die sich für den Einsatz in der Grundschule zielführend zum Thema eignen. Bitte nutzen Sie den [Rückmeldebogen](#) oder schreiben Sie uns eine [E-Mail](#), wenn Sie uns auf weitere Programme/Apps aufmerksam machen möchten.

Die digitalen Programme können bequem über den QR-Code aufgerufen werden. Dafür kann sowohl die Fotofunktion des Smartphones oder Tablets als auch ein spezieller QR-Code-Scanner genutzt werden. QR-Code („Quick Response“-Code) bedeutet: schnelle Antwort. Es handelt sich

hierbei um ein schwarz-weißes Zeichen, das als Datenspeicher für binäre Darstellung der kodierten Zeichen fungiert. Das schwierige Abtippen der Adresszeile in den Browser entfällt. Das Auslesen der Daten erfolgt automatisch und die gewünschte Information wird geöffnet. Für das Öffnen der Seite ist eine Verbindung zum Internet nötig.

Folgende übergreifende Themen<sup>8</sup> werden angesprochen:

- Kulturelle Bildung und
- Mobilitätsbildung und Verkehrserziehung.

Die Lernumgebungen sind für die Niveaustufen A bis D konzipiert.

<sup>8</sup> Vgl. Rahmenlehrplan Jahrgangsstufen 1-10, Teil B Fachübergreifende Kompetenzentwicklung, Berlin, Potsdam 2015

## 2 Lernumgebungen dieser Themenkiste - Bezug zum Rahmenlehrplan

Lernumgebung/Lernangebot	Bezug zum Rahmenlehrplan	Inhalte	Niveau
<b>Würfelgebäude</b> (Lernangebot für die Schulanfangsphase)	<b>Raum und Form</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Bauen mit Würfeln</li> <li>• Beschreiben von Würfelgebäuden</li> <li>• Entwickeln eines Grundverständnisses für Grundriss und Bauplan</li> <li>• Bauanleitungen formulieren</li> </ul>	A / B
<b>LU 1</b> <b>Würfelgebäude</b>	<b>Raum und Form</b> <b>Daten und Zufall</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Förderung der Raumvorstellung durch das Arbeiten auf unterschiedlichen Darstellungsebenen</li> <li>• Erstellen von Bauplänen zu Würfelgebäuden</li> <li>• Beschreiben von Bauplänen und Würfelgebäuden</li> <li>• Bauen von Würfelgebäuden</li> <li>• Erstellen von Bauplänen unter kombinatorischer Fragestellung</li> </ul>	B / C
<b>LU 2</b> <b>Würfelnetze</b>	<b>Raum und Form</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Erkennen, Benennen und Beschreiben geometrischer Körper am Modell</li> <li>• Herstellen von Würfelmodellen</li> <li>• Herstellen von Würfelnetzen</li> <li>• Erkennen und Benennen von ebenen gespiegelten und gedrehten Figuren</li> </ul>	C
<b>LU 3</b> <b>Somawürfel</b>	<b>Raum und Form</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Finden verschiedener Würfelvierlinge mit Steckwürfeln</li> <li>• Erforschen der Somateile</li> <li>• Bauen verschiedener Figuren mit Somateilen</li> <li>• Dokumentation der Lösungen mit verschiedenen Medien</li> </ul>	C
<b>LU 4</b> <b>Seitenansichten</b>	<b>Raum und Form</b> <b>Gleichungen und Funktionen</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Herstellen von Seitenansichten zu Würfelgebäuden</li> <li>• Bauen von Würfelgebäuden zu vorgegebenen Seitenansichten</li> <li>• Beschreiben von Würfelgebäuden mithilfe der Seitenansichten</li> </ul>	C / D

		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Untersuchen der Eindeutigkeit bestimmter Darstellungen von Würfelgebäuden</li> </ul>	
<p><b>LU 5</b> <b>Schrägbilder</b></p>	<p><b>Raum und Form</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Bauen und Darstellen von Würfelgebäuden nach Vorgaben</li> <li>• Darstellen von Würfelgebäuden mit Hilfe von Rauten oder Würfelplättchen</li> <li>• Zeichnen von Würfelmehrlingen auf isometrischem Rasterpapier</li> </ul>	<p>D</p>
<p><b>LU 6</b> <b>Kantenmodelle von Würfelmehrlingen</b></p>	<p><b>Raum und Form</b> <b>Gleichungen und Funktionen</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Herstellen von Kantenmodellen</li> <li>• Bestimmen der Anzahl der Ecken und Kanten von Würfelmehrlingen</li> <li>• Erkennen und Beschreiben der Bildungsregeln für Zahlenfolgen (Anzahl der Ecken/Kanten von Würfelschlangen)</li> </ul>	<p>D</p>
<p><b>LU 7</b> <b>Würfel kippen</b></p>	<p><b>Raum und Form</b> <b>Daten und Zufall</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Darstellen der verschiedenen Ansichten eines Farbwürfels</li> <li>• Vorstellen und Beschreiben der Lageveränderung eines Würfels bei Dreh- und Kippbewegungen</li> </ul>	<p>D</p>

### Kapitel 3 jeder Lernumgebung nimmt detailliert Bezug zum Rahmenlehrplan:

- In **Kapitel 3.1** werden die prozessbezogenen mathematischen Standards benannt. (Die Beschreibung der Standards befindet sich in der Tabelle der Handreichung s.u.)
- **Kapitel 3.2** gibt einen Überblick über die inhaltsbezogenen mathematischen Standards.
- **Kapitel 3.3** listet die Themenbereiche, die Inhalte und die Niveaustufen der jeweiligen Lernumgebung auf.
- **Kapitel 3.4** und **3.5** stellen Bezüge zum Basiscurriculum Sprachbildung und Basiscurriculum Medienbildung dar.
- In **Kapitel 3.6** findet man eine Liste der übergreifenden Themen, die angesprochen werden.
- Im **Kapitel 3.7** werden Bezüge zu anderen Unterrichtsfächern aufgelistet.

### Verzeichnis der in den Lernumgebungen verwendeten Symbole<sup>9</sup>

	Einzelarbeit
	Partnerarbeit
	Gruppenarbeit
	Tippkarte

<sup>9</sup> Symbole für Einzel-, Partner- und Gruppenarbeit: iMINT Grundschule Mathematik

Symbol Tippkarte: Gemeinfrei <https://pixabay.com/de/idee-licht-gl%C3%BChbirne-lampe-birne-153974/> [05.01.2018]

Prozessbezogene mathematische Kompetenzbereiche	
<b>Die Schülerinnen und Schüler können</b>	
<b>K1 Mathematisch argumentieren</b>	1.1.1 Fragen stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind (Gibt es...? Wie verändert sich...? Ist das immer so...?) 1.1.2 Zusammenhänge und Strukturen erkennen und Vermutungen zu mathematischen Situationen aufstellen 1.1.3 die Plausibilität von Vermutungen begründen
	1.2.1 Beispiele oder Gegenbeispiele für mathematische Aussagen finden 1.2.2 mathematische Aussagen hinterfragen und auf Korrektheit prüfen
	1.3.1 Routineargumentationen wiedergeben 1.3.2 Begründungen nachvollziehen und zunehmend selbstständig entwickeln 1.3.3 mehrschrittige Argumentationen zur Begründung und zum Beweisen mathematischer Aussagen entwickeln
	1.4.1 Fehler erkennen, beschreiben und korrigieren 1.4.2 Ergebnisse bzgl. ihres Anwendungskontextes bewerten 1.4.3 mehrschrittige Argumentationen, Begründungen und Beweise kritisch hinterfragen
<b>K2 Probleme mathematisch lösen</b>	2.1.1 Aufgaben bearbeiten, zu denen sie noch keine Routinestrategie haben („sich zu helfen wissen“) 2.1.2 mathematische Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten bei der Bearbeitung von Problemen anwenden 2.1.3 Probleme selbst formulieren
	2.2.1 Lösungsstrategien (z.B. vom Probieren zum systematischen Probieren) entwickeln und nutzen 2.2.2 heuristische Hilfsmittel zum Problemlösen anwenden
	2.3.1 Zusammenhänge erkennen und Lösungsstrategien auf ähnliche Sachverhalte übertragen 2.3.2 Lösungswege reflektieren 2.3.3 Plausibilität von Ergebnissen überprüfen
<b>K3 Mathematisch modellieren</b>	3.1.1 relevante Informationen aus Sachtexten und anderen Darstellungen entnehmen 3.1.2 reale Situationen strukturieren und vereinfachen 3.1.3 Sachsituationen in die Sprache der Mathematik übersetzen und entsprechende Aufgaben innermathematisch lösen 3.1.4 reale Situationen mit mathematischen Modellen beschreiben

<b>K3</b> <b>Mathematisch modellieren</b>	3.2.1 Sachaufgaben zu Termen, Gleichungen und bildlichen Darstellungen formulieren 3.2.2 mathematische Lösungen in Bezug auf die Ausgangssituation prüfen und interpretieren 3.2.3 zu einem mathematischen Modell verschiedene Realsituationen angeben 3.2.4 verwendete Modelle reflektieren
<b>K4</b> <b>Mathematische Darstellungen verwenden</b>	4.1.1 geeignete Darstellungen für das Bearbeiten mathematischer Sachverhalte und Probleme auswählen, nutzen und entwickeln 4.1.2 Darstellungen zielgerichtet verändern 4.2.1 eine Darstellung in eine andere übertragen 4.2.2 zwischen verschiedenen Darstellungen und Darstellungsebenen wechseln (übersetzen) 4.3.1 verschiedene Darstellungen vergleichen 4.3.2 Darstellungen bewerten oder interpretieren
<b>K5</b> <b>Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen umgehen</b>	5.1.1 Tabellen, Terme, Gleichungen und Diagramme zur Beschreibung von Sachverhalten nutzen 5.1.2 Variablen und Funktionen zur Bearbeitung von Aufgaben nutzen 5.1.3 symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache übersetzen und umgekehrt 5.2.1 formale Rechenstrategien (schnelles Kopfrechnen und automatisierte Verfahren) ausführen 5.2.2 mathematische Verfahren routiniert ausführen 5.2.3 Kontrollverfahren nutzen 5.2.4 Lösungs- und Kontrollverfahren hinsichtlich ihrer Effizienz bewerten 5.3.1 mathematische Hilfsmittel und Werkzeuge sachgerecht auswählen und flexibel einsetzen
<b>K6</b> <b>Mathematisch kommunizieren</b>	6.1.1 eigene Vorgehensweisen beschreiben, Lösungswege anderer nachvollziehen und gemeinsam Lösungswege reflektieren 6.1.2 mathematische Zusammenhänge adressatengerecht beschreiben 6.1.3 eigene Problembearbeitungen und Einsichten dokumentieren und darstellen 6.2.1 relevante Informationen aus Sachtexten und anderen Darstellungen entnehmen und sich darüber mit anderen austauschen 6.2.2 mathematische Informationen in mathematikhaltigen Darstellungen und in nicht aufbereiteten, authentischen Texten erfassen, analysieren und bewerten 6.3.1 mathematische Fachbegriffe und Zeichen bei der Beschreibung und Dokumentation von Lösungswegen sachgerecht verwenden 6.3.2 mathematische Zusammenhänge unter Nutzung von Fachsprache und geeigneten Medien mündlich und schriftlich präsentieren 6.4.1 Aufgaben gemeinsam bearbeiten 6.4.2 Verabredungen treffen und einhalten

### 3 Grundsätzliche didaktische und methodische Überlegungen für den Einsatz einer Lernumgebung

1. Struktur von Lernumgebungen:

Unter Lernumgebungen verstehen wir eine Arbeitssituation, bei der alle Kinder dieselbe Aufgabe bearbeiten, die aus mehreren Teilaufgaben besteht. Die Aufgabenstellung berücksichtigt die Heterogenität der Schülerinnen und Schüler und bietet nach einer niedrigen Eingangsschwelle vertiefende Teilaufgaben auf unterschiedlichem Verständnis- und Abstraktionsniveau. Damit bietet sie allen Lernenden einen individuellen Lernzuwachs und begünstigt das aktiv-entdeckende Lernen.

2. Differenzierung:

Entsprechend dem Prinzip der natürlichen Differenzierung (vgl. Wittmann 2017)<sup>10</sup> ist die Aufgabenstellung so gewählt, dass sie von Kindern mit unterschiedlichen Voraussetzungen auf verschiedenem Lernniveau bearbeitet werden kann.

3. Instruktionsverbot:

Eine Einführung muss sicherstellen, dass jedes Kind die Problemstellung verstanden und einen Zugang zur Aufgabe gefunden hat. Ein Beispiel für einen möglichen Lösungsweg wird nicht gegeben, denn die Vorgabe eines Beispiels würde verhindern, dass die Schüler/innen ihren persönlichen Rechenweg suchen.

4. Eigenaktivität:

Der individuelle Lösungsweg der Schülerinnen und Schüler steht im Mittelpunkt. Sie entscheiden selbst über den Einsatz von Arbeitsmitteln und die Art der Dokumentation. So können Lösungswege in einem Rechenbild oder in beschreibenden Formulierungen festgehalten werden. Dabei gelingt es einigen auch, zu begründen bzw. Erklärungen für ihren Denk- und Lösungsweg zu finden. Aufgabe der Lehrkraft ist es, die Kinder zu beobachten, anzuregen und gegebenenfalls zu beraten.

5. Präsentation:

Der gemeinsame Austausch über die unterschiedlichen Bearbeitungswege einer Aufgabe, mit der sich alle Kinder beschäftigt haben, begünstigt das Lernen voneinander. Ein Vorstellen der Arbeitsergebnisse (vor der Klasse, als Museumsgang, als Partnerarbeit, in der Mathekonferenz etc.) ist wichtig, damit die Lernenden ihre unterschiedlichen Denkwege reflektieren können. In der Reflexion vertieft sich das mathematische Verständnis. Hier ist das Argumentieren gefragt: Was unterscheidet meinen Weg von dem der anderen Kinder? Worin liegt seine Stärke/Schwäche?

6. Anerkennungskultur:

Die Rolle der Lehrkraft verändert sich, das Vormachen und Nachahmen von Verfahren tritt in den Hintergrund. Die unterschiedlichen Denkwege der Kinder, ihre Darstellung und Reflexion treten ins Zentrum. Fehler werden zum Ausgangspunkt, um Lösungswege genauer zu betrachten. Statt eines Abarbeitens vieler Aufgaben werden bewusst nur wenige angeboten. Ziel ist es, dass alle Kinder Einsicht in mathematische Strukturen gewinnen können, dabei wird das individuelle Arbeits- und Lerntempo respektiert. Die Lehrkraft wird zum Berater und Organisator. Sie muss zulassen, dass am Ende nicht alle Kinder im gleichen Umfang die Aufgabenstellung bewältigt haben.

<sup>10</sup> vgl. Wittmann, Erich Ch./Müller, Gerhard N. (2017): Handbuch der produktiven Rechenübungen, Band 1. Stuttgart: Ernst Klett, S.180

## 4 Umgang mit sprachlichen Hilfen

Die Sprachförderung ist Bestandteil des Mathematikunterrichts, der alle Schülerinnen und Schüler beim Aufbau einer flexiblen und sicheren Sprachkompetenz unterstützt. Dabei wird adressatengerecht eine fachbezogene Sprache vermittelt, damit sie sich mündlich wie schriftlich über Entdeckungen und Vorgehensweisen, Strategien und Lösungswege austauschen können.<sup>11</sup>

Das **Kapitel 4 jeder Lernumgebung** befasst sich aus diesem Grund mit der Sprachbildung. Unter 4.1 sind Hinweise auf „Sprachliche Stolpersteine“, unter 4.2 eine „Wortliste zum Textverständnis“ und unter 4.3 „Fachbezogener Wortschatz und themenspezifische Redemittel“ aufgeführt.

Die „sprachlichen Stolpersteine“ sind Formulierungen des Aufgabentextes, die durch die Struktur der deutschen Sprache, z.B. die Verwendung zusammengesetzter Nomen, trennbarer Verben, Personal- und Reflexivpronomen, Gebrauch von Präpositionen, schwierige Satzkonstruktionen, Genitivbildung etc. für Schülerinnen und Schüler schwer verständlich sein können.

In einer Tabelle werden bei Bedarf zu den Aufgaben im Originaltext mögliche sprachliche Stolpersteine bewusst gemacht und sprachliche Alternativen vorgeschlagen. Die Lehrkraft hat somit die Möglichkeit die Aufgabe sprachlich zu vereinfachen und ihrer Lerngruppe anzupassen. Außerdem werden Begriffe und Wörter aufgelistet, die den Lernenden bekannt sein müssen. Der Lehrkraft muss bewusst sein, dass das Verstehen des Textes (Lesekompetenz) die unabdingbare Voraussetzung dafür ist, die Aufgabenstellung der Lernumgebung zu verstehen und zu bearbeiten.

Um eine nachhaltige Sprachförderung zu erzielen, muss eine Wortschatzanalyse erfolgen. Die „Wortliste zum Textverständnis“ führt den fachbezogenen Wortschatz zum Thema auf, der in der Aufgabenstellung vorkommt und dessen Bedeutung zum Verstehen der Aufgabe grundlegend ist. Für die Lernenden kann es hilfreich sein, einen Sprachspeicher (z.B. als Plakat) zu erarbeiten. Hier werden der fachbezogene Wortschatz, themenspezifische Redemittel, Satzmuster und Formulierungshilfen zum Thema sichtbar gemacht. Er kann stets erweitert werden. Der Sprachspeicher sollte gemeinsam im Unterrichtsgespräch während der Ergebnissicherung entwickelt werden.

Sprachsensibler Fachunterricht arbeitet mit dem Sprachstand, den die Lernenden in den Unterricht aktuell mitbringen. Die Schülerinnen und Schüler benutzen anfangs bei der Beschreibung ihres Lösungsweges ihren individuellen (alltagssprachlichen) Wortschatz. Bei der Präsentation der Lösungswege unterstützt die Lehrkraft durch ein aktives Zuhören und durch adressatengerechtes Übersetzen der Alltagssprache in die Fachsprache. Dabei kann sie (z.B. im Sprachspeicher) weitere sprachliche Mittel zur Verfügung stellen und die Lernenden auffordern, mit diesen Mitteln ihre Aussagen zu wiederholen.

**Abschnitt C** „Sprachliche Hilfen“ enthält Textbausteine zur Darstellung der Lösung für die Hand der Schülerinnen und Schüler, sofern die Aufgabe dies verlangt. Der Einsatz dieses Arbeitsbogens darf nicht zu früh erfolgen. Erst nachdem die Schülerinnen und Schüler einen eigenen Denk- und Lösungsweg entwickelt und den Fachwortschatz im Kontext verstanden haben, sollte der Arbeitsbogen „Sprachliche Hilfen zur Darstellung der Lösung“ - falls erforderlich - eingesetzt werden.

Für die Entwicklung eines Sprachspeichers sind in den Lernumgebungen Anregungen und Materialien enthalten.

<sup>11</sup> vgl. Rahmenlehrplan Jahrgangsstufen 1-10, Teil B, S. 4, Berlin, Potsdam 2015

## 5 Materialliste

Eine Übersicht soll die Verantwortlichen dabei unterstützen, sich schnell einen Überblick zu verschaffen, ob alle Materialien in der Themenkiste vorhanden sind, sodass sie jederzeit einsatzbereit ist.

Lernumgebung	Materialien in digitaler Form	Weitere Materialien
<p><b>Würfelgebäude (Lernangebot für die Schulanfangsphase)</b></p>	<p>Lernangebot (LA) Arbeitsbogen (AB) Wortkarten zum Ausschneiden für den Arbeitsbogen (M1) Bauflächen für große Würfel mit farbigen bzw. weißen Feldern (M2 bzw. M3) farbige und weiße Bauflächen klein (M4 bzw. M5) Baupläne (M6) Wortkarten für den Sprachspeicher (M7) Anregung für den Sprachspeicher (SP)</p>	<p>10 große Holzwürfel, z.B. Kantenlänge 6 cm 400 Holzwürfel, Kantenlänge 2 cm</p>
<p><b>LU 1 Würfelgebäude</b></p>	<p>Lernumgebung (LU) Arbeitsbögen (AB 1, AB 2) Tafelbild (M1) 9er-Baufläche (M2) Baupläne für Aufgabe 1 (M3) 4er-Baufläche (M4) Tippkarten (M5) große 9er-Baufläche (M6) Wortkarten für den Sprachspeicher (M7) Anregung für den Sprachspeicher (SP) Bildvorlagen für die Einführungsphase (M8)</p>	<p>400 Holzwürfel, Kantenlänge 2 cm 15 große Holzwürfel, z.B. Kantenlänge 6 cm Plakat (DIN A3 Papier)</p>

<p style="text-align: center;"><b>LU 2</b> <b>Würfelnetze</b></p>	<p>Lernumgebung (LU) Arbeitsbogen (AB) großes Würfelnetz mit Faltkanten (M1) kleine Würfelnetze mit Faltkanten (M2) Quadrate aus Kopierkarton (M3) Quadratgitterpapier (M4) Tippkarten (M5) elf Würfelnetze (evtl. magnetisch) (M6) Familien-Beispiel (M7) QR-Codes (M8) Wortkarten für den Sprachspeicher (M9)</p>	<p>300 Holzwürfel, Kantenlänge 2 cm Quadrate aus Kopierkarton, alternativ quadratische Bierfilze Klebeband lösbarer Kleber Holzwürfel, Kantenlänge 3 cm (Verbrauchsmaterial) farbiges Papier (A3) für Plakate</p>
<p style="text-align: center;"><b>LU 3</b> <b>Somawürfel</b></p>	<p>Lernumgebung (LU) Arbeitsbogen (AB 1) Schrägbildvorlage (AB 2) Wortkarten für den Sprachspeicher (M1) Tippkarte (M2 – M4) Rasterpapier (M5) laminierte Würfelplättchen (M6), (dieselben wie in LU 5) Anregung für den Sprachspeicher (SP)</p>	<p>ca. 400 Steckwürfel Klassensatz Somawürfel im Stoffbeutel diverse Papierstreifen für Namensschilder der selbst gebauten Figuren Fotoapparat</p>

<p style="text-align: center;"><b>LU 4</b> <b>Seitenansichten</b></p>	<p>Lernumgebung (LU) Bauplan (M2), alternativ (M1) Blanko-Vorlage für Seitenansichten und Baupläne (M3) Vorlage mit Streifen für die Ansichten aus verschiedenen Richtungen (M4) Vorübung zum Zeichnen von Seitenansichten (M5) laminierte Kärtchen der Seitenansichten (M6) Arbeitsbogen (AB 1), alternativ (AB 2), Arbeitsbogen (AB3) Fotos mit Ansichten aus verschiedenen Perspektiven (M7) Tippkarte (M8) Wortkarten für den Sprachspeicher (M9) Sprachliche Hilfen zur Darstellung der Lösung (SP)</p>	<p>400 Holzwürfel Kantenlänge 2 cm</p>
<p style="text-align: center;"><b>LU 5</b> <b>Schrägbilder</b></p>	<p>Lernumgebung (LU) AB isometrisches Punktmusterpapier (Rasterpapier) groß (M1) oder klein (M2) Würfelplättchen für die Tafel (M3) Würfelplättchen klein (M4) Rauten groß (M6) oder klein (M5) Wortkarten für den Sprachspeicher (M7) Bauunterlage für Würfelgebäude (M8) Tippkarten (M9) Anregung für den Sprachspeicher (SP)</p>	<p>5 große Holzwürfel, z.B. Kantenlänge 6 cm 400 Holzwürfel Kantenlänge 2 cm Würfelplättchen für die Tafel (evtl. magnetisch) Rauten für die Tafel (evtl. magnetisch) 50 Karteikarten</p>

<p><b>LU 6</b> <b>Kantenmodelle von Würfelmehrlingen</b></p>	<p>Lernumgebung (LU) Vorlagen für die Tabelle (M1) Merkspiel (M2) Tippkarten (M3) Bildkarten der Würfelvierlinge vergrößert (M4) Rasterpapier (M5) Wortkarten für den Sprachspeicher (M6)</p>	<p>400 Holzwürfel oder Steckwürfel Material zum Bauen von Kantenmodellen: Steckbausystem oder magnetische Kugeln und Stäbe oder Erbsen und Zahnstocher (ca. 20 Kugeln und 40 Stäbe pro Paar)</p>
<p><b>LU 7</b> <b>Würfel kippen</b></p>	<p>Lernumgebung (LU) oder (LU_schwarz-weiß) Vorlage Würfelkärtchen auf Karton kopiert (AB 1) Vorlage Kippkreuz (AB 2) Vorlage Protokollbogen (AB 3) Tippkarten (M1) Spielregeln (M2) Zusatzaufgabe (M3) Vorlagen Würfelkärtchen groß (M4) Wortkarten für den Sprachspeicher (M5) Sprachliche Hilfen zur Darstellung der Lösung (SP)</p>	<p>Klassensatz Farbwürfel</p>

## 6 Evaluation

Ein Reflexionsbogen, der nach dem Einsatz der Lernumgebung ausgefüllt werden kann, soll als Grundlage für einen Erfahrungsaustausch innerhalb der Lehrerschaft dienen. *Die Entwicklung einer Themenkiste ist ein Prozess, zu dem Sie beitragen können: Erfahrungen aus der Praxis sind uns sehr wichtig, um die Lernumgebungen zu aktualisieren. Wir freuen uns über eine Rückmeldung per Mail an [solveg.schliinske@senbjf.berlin.de](mailto:solveg.schliinske@senbjf.berlin.de) oder per Fax (030) 90227 6111 an Maria Hums-Heusel, II B 1 Hu. Vielen Dank!*

Reflexionsbogen zur Lernumgebung \_\_\_\_\_ aus der Themenkiste \_\_\_\_\_

Name: \_\_\_\_\_ durchgeführt in Klassenstufe: \_\_\_\_\_ Datum: \_\_\_\_\_

	ja	nein	Anmerkungen/Anregungen
Waren die didaktisch-methodischen Hinweise für die Unterrichtsvorbereitung und Unterrichtsdurchführung hilfreich?			
War der zeitliche Rahmen angemessen?			
War die Einführung so konzipiert, dass jedes Kind wusste, worum es geht, und selbständig arbeiten konnte?			
Konnten alle Kinder die Einstiegsaufgabe lösen?			
Waren die Aufgaben verständlich formuliert?			
Bot die LU Differenzierungsmöglichkeiten an? (Alle Kinder arbeiten am selben Thema, auf unterschiedlichem Niveau, nach eigenem Lern- und Arbeitstempo.)			
Waren die Schülerinnen und Schüler durch die LU motiviert?			
Wurden die Schülerinnen und Schüler durch die Aufgaben zum selbstständigen Arbeiten angeregt?			
Kamen die Schülerinnen und Schüler über die Aufgaben und ihre Lösungen miteinander ins Gespräch?			
Würden Sie die Lernumgebung noch einmal einsetzen?			

## Literatur / Links

Titel / Autor	Beschreibung
Etzold, Heiko: Isometriepapier. App für iOS-Geräte	
Etzold, Heiko: Klötzchen. App für iOS-Geräte	
Franke, Marianne (2000): Didaktik der Geometrie in der Grundschule. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag	Allgemeine Aussagen zum Geometrieunterricht, Hintergrundwissen zum Geometrielernten, Beispiele zur Umsetzung des Curriculums
Franke, Marianne (2007): Didaktik der Geometrie in der Grundschule. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag	Neue Auflage
Grassmann, Marianne/Eichler, Klaus-Peter/Mirwald, Elke/Nitsch, Bianca (2010): Mathematikunterricht. Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren	Mathematische Kompetenzen, Raum und Form,
<a href="#">Kramer, Katharina: Warum viele an rechts und links scheitern? Wissenschaft.de [9.3.2019]</a>	
Mathehappen.de	Programme für die LU Würfelnetze
Nührenbörger, Marcus/ Schwarzkopf, Ralph (2017): Das Zahlenbuch. Förderkommentar Sprache zum 2. Schuljahr. Stuttgart, Leipzig: Ernst Klett Verlag	
Nührenbörger, Marcus/Schwarzkopf, Ralph (2018): Das Zahlenbuch. Förderkommentar Sprache zum 3. Schuljahr. Stuttgart, Leipzig: Ernst Klett Verlag	
Nührenbörger, Marcus/Schwarzkopf, Ralph (2018): Das Zahlenbuch. Förderkommentar Lernen zum 3. Schuljahr. Stuttgart, Leipzig: Ernst Klett Verlag	
<a href="http://paul-matthies.de/Schule/Soma.php">http://paul-matthies.de/Schule/Soma.php</a> [21.07.2019]	
<a href="http://www.pentoma.de/soma-figuren-uebersicht/">www.pentoma.de/soma-figuren-uebersicht/</a> [10.03.2019]	
<a href="http://www.pikas-mi.dzlm.de/%C3%BCbergreifendes/aufgaben-adaptieren/forschermittel-verwenden/unterricht">www.pikas-mi.dzlm.de/%C3%BCbergreifendes/aufgaben-adaptieren/forschermittel-verwenden/unterricht</a> [14.2.2019]	
Poser-Kempe, Katja: Auf den Spuren von Vasarely: Gestalten von Kunstwerken aus Würfelmustern. In: Grundschule Mathematik (2017) Heft-Nr. 55.	
Rahmenlehrplan Jahrgangsstufen 1-10, Berlin, Potsdam 2015	
Wittmann, Erich Ch./Müller, Gerhard N. (2017): Handbuch produktiver Rechenübungen, Band 1. Stuttgart: Ernst Klett	
Zeitschrift: Mathematik differenziert (2011), Heft 1	Raum und Form, Vorstellung und Verständnis