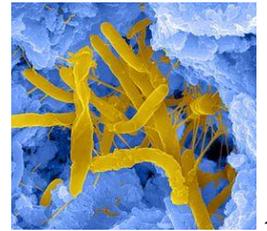


Bakterien vermehren sich *exponentiell*

Reales Problem:

Mediziner züchten für die Erforschung von Krankheiten Bakterien in sogenannten Petrischalen (Bild rechts). Bakterien vermehren sich durch Zellteilung. Das heißt, aus einer werden zwei. Bei den Bakterien hier dauert das eine Stunde. Also verdoppelt sich die Anzahl der Bakterien innerhalb einer Stunde. Damit Forschungsprozesse geplant werden können, interessieren sich die Medizinforscher dafür, wann wie viele Bakterien vorhanden sind.



Mathematisches Problem:

Gesucht ist die *Funktionsgleichung*, die das Wachstum der Bakterien möglichst genau beschreibt.

Aufgabe 1 – Exponentielles Wachstum entdecken

a) Ergänze die Tabelle. Trage unter den Pfeilen ein, wie man von einem Wert zum nächsten kommt.

| | | | | | | | |
|-------------------|----|----|----|---|---|---|---|
| x : Zeit (in h) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| $f(x)$: Anzahl | 10 | 20 | 40 | | | | |

· ____ · ____ · ____ · ____ · ____ · ____

b) Gib an, wie man rechnen muss, um vom Anfangsbestand ($a = 10$ Bakterien) auf die Anzahl der Bakterien nach einer, zwei, vier, sieben Stunden und so weiter zu kommen. Tipp: Schau dir die Wertetabelle und die Rechnung unter den Pfeilen genau an! [*Hilfe siehe Rückseite oben*]

$$f(1) = 10 \cdot 2 = 20$$

$$f(2) = 10 \cdot 2 \cdot 2 = 40$$

$$f(4) = 10 \cdot$$

$$f(7) = 10 \cdot$$

$$f(9) = 10 \cdot$$

$$f(15) = 10 \cdot$$

c) Eine Forscherin fragt sich, wie viele Bakterien wohl nach 24 Stunden vorhanden sind. Berechne möglichst geschickt.

$$f(24) = 10 \cdot$$

Antwortsatz:

¹ Microorganisms (Bacteria) on natural Zeolite (SEM image), Stefan Weiss, [CC BY-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/) <<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>>, via [Wikimedia Commons](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Microorganisms_(Bacteria)_on_natural_Zeolite_(SEM_image).png) [01.03.2022]

Aufgabe 2 – Funktionsgleichung aufstellen

Eine andere Bakterienart vermehrt sich noch schneller. Innerhalb einer Stunde verdreifacht sie sich.

a) Ergänze die Tabelle. Trage unter den Pfeilen ein, wie man von einem Wert zum nächsten kommt.

| | | | | | | | |
|-----------------|----|----|-----|---|---|---|---|
| x : Zeit | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| $f(x)$: Anzahl | 20 | 60 | 180 | | | | |

· ___ · ___ · ___ · ___ · ___ · ___

b) Gib an, wie man rechnen muss, um vom Anfangsbestand ($a = 20$ Bakterien) auf die Anzahl der Bakterien nach einer, zwei, drei, sechs und zehn Stunden zu kommen.

$$f(1) = 20 \cdot$$

$$f(2) = 20 \cdot$$

$$f(3) = 20 \cdot$$

$$f(6) = 20 \cdot$$

$$f(10) = 20 \cdot$$

c) Fülle die Wertetabelle nun erneut aus. Schreibe diesmal aber mit Potenzen.

| | | | | | |
|-------------------|-----------------|------------------|--------------|--------------|--------------|
| x : Zeit (in h) | 1 | 2 | 3 | 6 | 10 |
| $f(x)$: Anzahl | $20 \cdot$ = 60 | $20 \cdot$ = 180 | $20 \cdot$ = | $20 \cdot$ = | $20 \cdot$ = |

d) Erkennst du das System? Gib die Funktionsgleichung für das Bakterienwachstum an, mit der wir direkt berechnen können, wie viele Bakterien nach x Stunden vorhanden sind.

$$f(x) =$$

e) Eine Forscherin möchte wissen, wie viele Bakterien sie am nächsten Morgen um 8:00 Uhr vorfindet, wenn sich um 16:00 Uhr 20 Bakterien in eine Petrischale befinden.

$$f(\quad) =$$

Transfer 1 [im Heft]

Gib die Funktionsgleichung für das Wachstum dieser Bakterienart an, wenn am Anfang 50 Bakterien in der Petrischale sind.

Transfer 2 [im Heft]

Gib die Funktionsgleichung für das Wachstum einer Bakterienart an, die sich innerhalb einer Stunde vervierfachen, für den Fall, dass am Anfang 78 Bakterien vorhanden sind.

Transfer 3 [im Heft]

(1) Gib eine allgemeine Funktionsgleichung $f(x) = \dots$ für exponentielles Wachstum an, wenn a den Anfangsbestand und b den Wachstumsfaktor bezeichnet.

(2) Begründe, warum dieser Funktionstyp **Exponentialfunktion** genannt wird.

Exponent
2³
Basis

Definition: **Exponentielles Wachstum** $f(x) =$

wobei a für den _____ zum Zeitpunkt $x =$
und b für den _____ steht.

Extraaufgabe

Das menschliche Darmbakterium *Escherichia coli* hat unter Idealbedingungen in Laborkulturen eine Generationszeit von etwa 20 Minuten. Das heißt, es verdoppelt sich also alle 20 Minuten.

- Berechne die Anzahl der Bakterien nach 6 Stunden, wenn zu Beginn 40 Bakterien vorhanden sind.
- Stelle eine passende Funktionsgleichung zu diesem Problem auf.