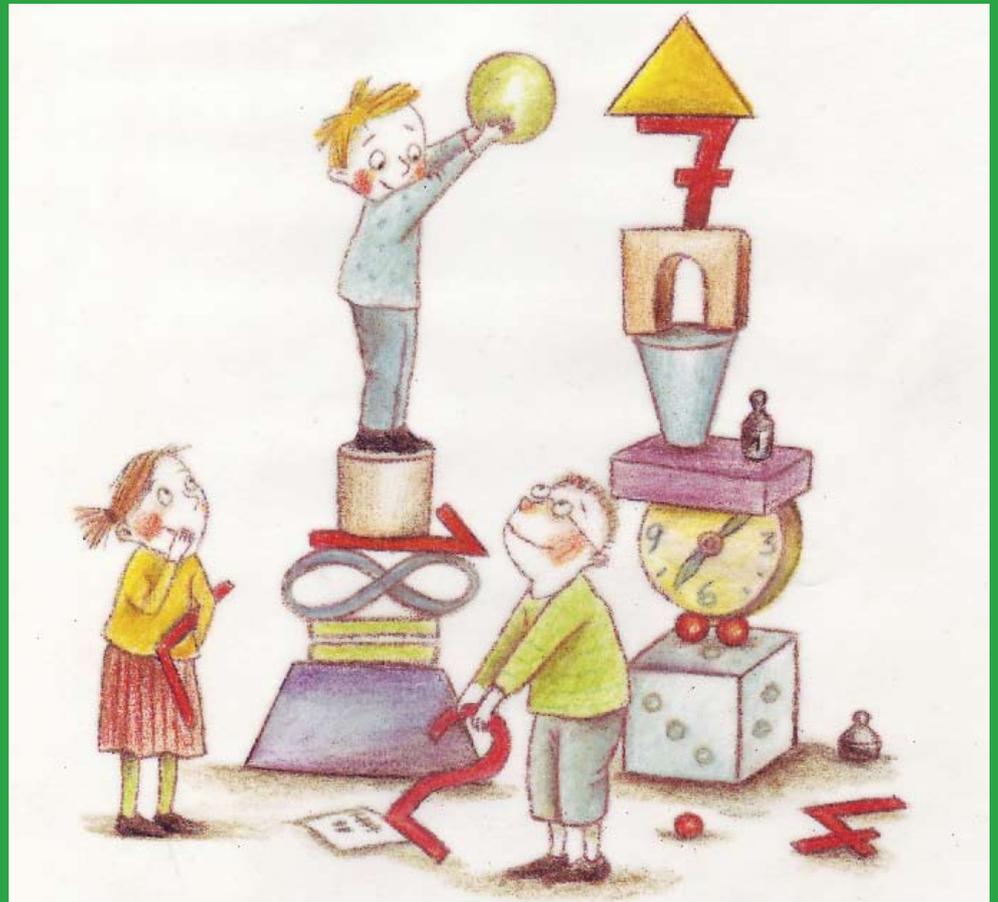


UNTERRICHTSENTWICKLUNG



Jahrgangsübergreifender Mathematik- unterricht in der Schulanfangsphase

Handreichung zur Unterstützung
individueller Lernprozesse

Impressum

Herausgeber:

Landesinstitut für Schule und Medien Berlin-Brandenburg (LISUM)

14974 Ludwigsfelde-Struveshof

Tel.: 03378 209-200

Fax: 03378 209-232

Internet: www.lisum.berlin-brandenburg.de

Autorinnen und Autoren: Gundula Meiering, Cleo Diehm, Bernd Jankofsky

Projektleitung: Bernd Jankofsky, Mechthild Pieler

Grafik Titelblatt: Jacky Gleich

Layout: Christa Penserot

Druck und Herstellung: Hans Gieselmann GmbH & Co. KG, Nuthetal

© Landesinstitut für Schule und Medien Berlin-Brandenburg (LISUM); Juni 2010

ISBN: 978-3-940987-56-3

Dieses Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Alle Rechte einschließlich Übersetzung, Nachdruck und Vervielfältigung des Werkes sind vorbehalten. Kein Teil des Werkes darf ohne schriftliche Genehmigung des LISUM in irgendeiner Form (Fotokopie, Mikrofilm oder ein anderes Verfahren) reproduziert oder unter Verwendung elektronischer Systeme verarbeitet, vervielfältigt oder verbreitet werden. Eine Vervielfältigung für schulische Zwecke ist erwünscht. Das LISUM ist eine gemeinsame Einrichtung der Länder Berlin und Brandenburg im Geschäftsbereich des Ministeriums für Bildung, Jugend und Sport des Landes Brandenburg (MBJS).

INHALT

	Vorwort	5
1	Mathematik lernen	7
1.1	Kompetenzentwicklung in der Schulanfangsphase	8
1.2	Jahrgangsübergreifendes Lernen	10
2	Mathematische Zusammenhänge erforschen	12
2.1	Offene Aufgabenstellungen	14
2.2	Eigenproduktionen	19
2.3	Arbeit mit Lernumgebungen	24
2.4	Substanzielle Aufgabenformate	27
2.5	Einmaleinswerkstatt	30
3	Mathematische Basisfähigkeiten absichern	43
3.1	Rituale mit mathematikspezifischem Inhalt	43
3.2	Lernwegestunden	48
3.3	Trainingsaufgaben	53
4	Literatur- und Medienhinweise	61

Vorwort

Liebe Kolleginnen und Kollegen,

ein auf Kompetenzerwerb ausgerichteter Mathematikunterricht in jahrgangsgemischten Lerngruppen stellt Lehrerinnen und Lehrer vor neue pädagogische und fachdidaktische Herausforderungen. Dabei geht es vor allem darum, die Möglichkeiten, die in der Heterogenität der Gruppe liegen, gewinnbringend zu nutzen und nicht zu blockieren.

Wie die Unterrichtsbeobachtungen von Dietmut Kucharz und Matthea Wagener (2007)¹ zeigen, werden die Chancen miteinander und voneinander zu lernen im Mathematikunterricht in jahrgangsgemischten Klassen viel zu wenig genutzt.

Mit der vorliegenden Handreichung möchten wir an Beispielen, die in der Praxis entwickelt und erfolgreich erprobt wurden, zeigen, wie die unterschiedlichen Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler zum Nachdenken und Sprechen über Mathematik führen und gleichzeitig die individuelle Lernentwicklung unterstützen.

Dabei stehen vor allem zwei Überlegungen im Mittelpunkt:

- Kinder entdecken mathematische Zusammenhänge, wenn die Situation nicht eindeutig, sondern strittig oder widersprüchlich ist.
- Mathematische Ideen können nicht direkt mitgeteilt werden, sie können nur erfahren werden, indem Kinder sie rekonstruieren.

Im Kapitel 1 „Mathematik lernen“ wird präzisiert, worauf sich ein kompetenzorientierter Mathematikunterricht in der Schulanfangsphase bezieht und worin die besonderen Chancen jahrgangsübergreifenden Lernens bestehen.

Im Kapitel 2 „Mathematische Zusammenhänge erforschen“ wird beschrieben, wie die Balance zwischen Mathematiklernen allein und gemeinsam mit anderen Kindern an inhaltlich offenen Aufgaben und Problemstellungen gelingen kann.

Kapitel 3 „Mathematische Basisfähigkeiten absichern“ soll verdeutlichen, wie Basiskompetenzen im Mathematikunterricht erworben werden können und damit notwendige Voraussetzungen für erfolgreiches Weiterlernen geschaffen werden können.

Wir wünschen Ihnen eine gewinnbringende Lektüre und Erfolg bei der Umsetzung der Anregungen.

Dr. Roswitha Röpke

Leiterin der Abteilung Unterrichtsentwicklung
Grundschule/Sonderpädagogische Förderung und Medien

¹ Kucharz, D./Wagner, M.: Jahrgangsübergreifendes Lernen. Eine empirische Studie zu Lernen, Leistung und Interaktion von Kindern in der Schulanfangsphase. Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren, 2007.

1 Mathematik lernen

Mathematischer Anfangsunterricht setzt in einer Entwicklungsphase der Kinder ein, in der sie durch vielfältige mathematische Alltagserfahrungen bereits über mathematische Kompetenzen verfügen. Die Tatsache, dass diese sehr unterschiedlich ausgeprägt sind und einer individuellen Förderung bedürfen, um weiterentwickelt zu werden, trifft nicht nur auf jahrgangsübergreifende Lerngruppen zu sondern ebenso auf Jahrgangsklassen.

Im mathematischen Anfangsunterricht kommt es deshalb darauf an, Bedingungen zu schaffen, unter denen die Kinder möglichst leicht an ihr bereits vorhandenes Wissen anknüpfen können, und sie so zu unterstützen, dass sie sowohl inhaltsbezogene als auch allgemeine mathematischen Kompetenzen weiterentwickeln können.

Allgemeine und inhaltsbezogene Kompetenzen

Die Kultusministerkonferenz² hat 2004 Bildungsstandards für die Jahrgangsstufe 4 festgelegt und entsprechende mathematische Kompetenzen beschrieben (Abb. 1)



Abb. 1: Überblick über die mathematische Kompetenzen der Bildungsstandards

Diese bilden die Grundlage für die länderspezifischen Rahmenlehrpläne, in denen die Anforderungen für die jeweiligen Klassenstufen konkretisiert werden.

² Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (Hrsg.): Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich, Beschluss vom 15.10.2004, Luchterhand München 2005; S. 6.

Für die Gestaltung unterrichtlicher Prozesse haben Bildungsstandards erst einmal keine konkreten Auswirkungen, denn sie legen nicht fest, was guter Unterricht ist und beschränken nicht die Methodenfreiheit der Lehrerinnen und Lehrer, sondern geben dem Blick auf Lernergebnisse einen pädagogischen Orientierungsrahmen³, indem sie die Bezugspunkte für Lernstandserhebungen, Lernbeobachtungen und Lernentwicklungsberichte beschreiben.

Das vorliegende Material beschreibt an vielen Beispielen, wie ein auf Kompetenzerwerb ausgerichteter Unterricht von Anfang an gestaltet sein kann. Mathematischer Kompetenzerwerb unterscheidet sich in den Grundzügen nicht von anderen Lernprozessen. (Mathematik-)Lernen ist ein individueller Vorgang, der die Aktivität der Schülerinnen und Schüler erfordert, wenn er erfolgreich sein soll. Nach BLUM (2003) besteht die Möglichkeit der Stärkung und Sicherung mathematischer Grundbildung u. a. besonders dann, wenn mehr inner- und außermathematische Vernetzungen das Mathematiklernen bestimmen, das Lernen mit dem Lösen lebensbedeutsamer Probleme verknüpft ist.⁴

Erkenntnisse über erfolgreiche Lernprozesse betonen die Notwendigkeit, dass Lernende Vorwissen, Erfahrungen, Einstellungen zum Entschlüsseln neuer Probleme nutzen und dies vor allem selbstgesteuert tun. Hier treffen sich Kognitionspsychologen mit Fachdidaktikern, wenn sie weniger Verfahren und Kalküle, dafür mehr Denkaktivitäten und Eigenkonstruktionen der Schülerinnen und Schüler gekoppelt mit ständigen Reflexionen als Gelingensbedingungen für erfolgreiches Lernen formulieren. Was bedeutet das für den Mathematikunterricht in der Schulanfangsphase?

1.1 Kompetenzentwicklung in der Schulanfangsphase

Da die allgemeinen mathematischen Kompetenzen für das Verständnis mathematischer Zusammenhänge grundlegend sind, wird ihre Entwicklung ebenso intensiv und gezielt unterstützt wie die Entwicklung der inhaltsbezogenen Kompetenzen. Dazu ist die aktive Auseinandersetzung mit Materialien und die kontinuierliche Reflexion des Lernprozesses – allein, mit anderen Kindern oder mit der Lehrerin oder dem Lehrer – erforderlich. Das Bearbeiten von Arbeitsheften oder Arbeitsblättern allein kann den Kompetenzerwerb nicht umfassend unterstützen.

Orientierung für die Auswahl der inhaltsbezogenen Kompetenzen sind die Themenfelder des Faches. Die Kernideen geben einen Überblick über die Anforderungen und dienen als Grundlage für die Unterrichtsplanung.

Im „Haus der Mathematik“ (Abb. 2) sind die mathematischen Kompetenzbereiche so dargestellt, dass auch Schülerinnen und Schüler, die erst Lesen lernen, sie erschließen können. In den vier Säulen sind die inhaltsbezogenen Bereiche des Mathematikunterrichts (vgl. Themenfelder im Rahmenlehrplan)

³ BMBF (Hrsg.) Zur Entwicklung nationaler Bildungsstandards – eine Expertise. Bonn 2003.

⁴ Ebenda.

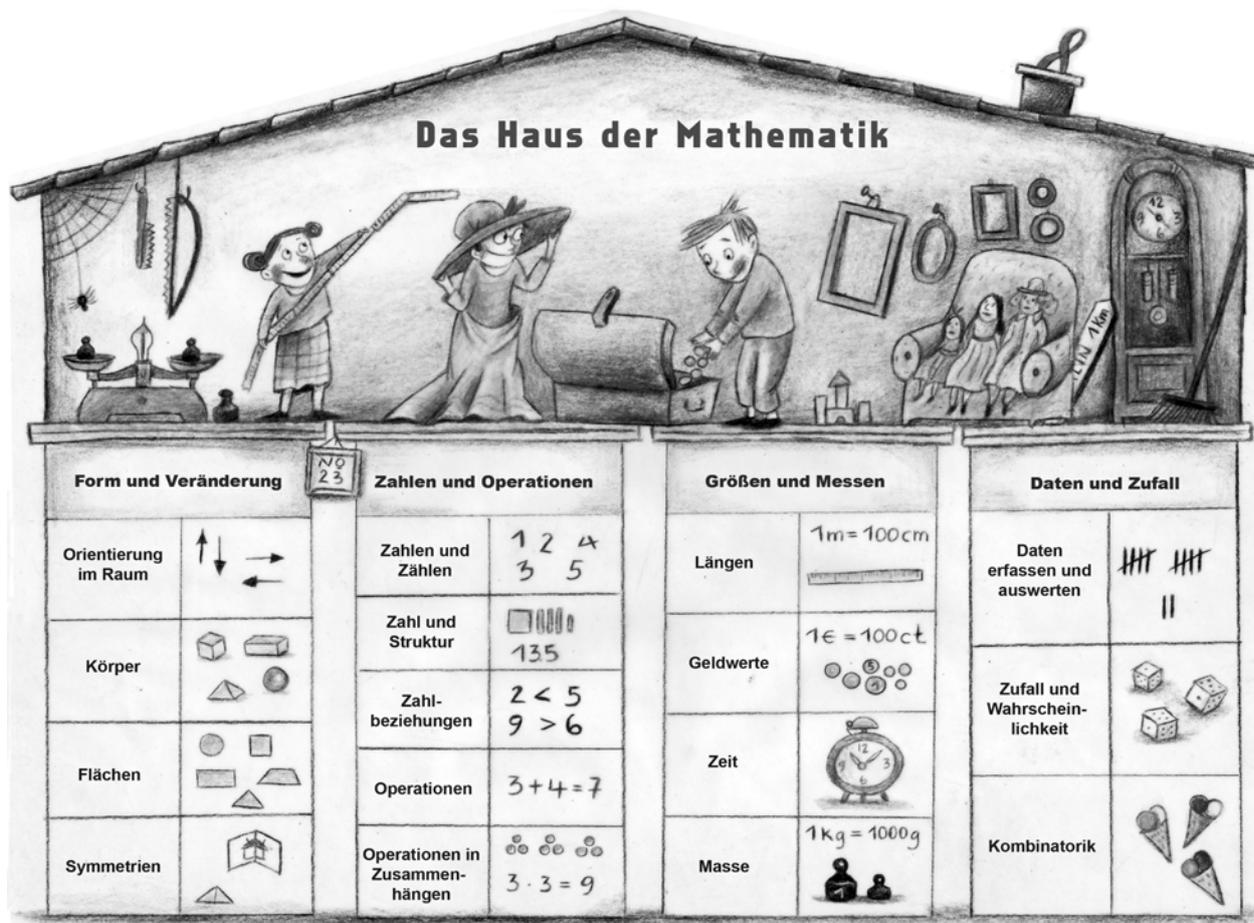


Abb. 2: Haus der Mathematik, Zeichnung: Jacky Gleich

wiedergegeben. Die Kinder im Dach, die sich mit unterschiedlichen Aktivitäten beschäftigen und dabei „Mathematik treiben“, veranschaulichen die allgemeinen mathematischen Kompetenzen. Sie sind ein Sinnbild dafür, dass erreichte Kompetenz mehr ist als eine kognitive Leistung. Erst die reflektierte Anwendung in Handlungssituationen stiftet deren Sinn.

Die Entwicklung mathematischer Grundbildung „hängt nicht nur davon ab, welche Inhalte unterrichtet wurden, sondern in mindestens gleichem Maße davon, wie sie unterrichtet wurden.“⁵ Hierbei spielen geeignete Aufgaben und Lernumgebungen als flexible Werkzeuge der Unterrichtsgestaltung eine entscheidende Rolle. Erfolgreicher Kompetenzerwerb ist nur möglich, wenn den Lernenden Möglichkeiten des Mit- und Selbststeuerns ihres Lernprozesses gegeben werden. Hierzu gehören neben dem Bewusstmachen und Setzen von Zielen auch Möglichkeiten der Selbsteinschätzung und Bewertung.

Selbstgesteuerte Lernprozesse

Die in den folgenden Kapiteln vorgestellten Beispiele machen deutlich, dass dies in jahrgangsgemischten Lerngruppen nicht nur möglich ist, sondern durch die Altersmischung in besonderem Maße unterstützt wird. Sie zeigen auf, wie ein Mathematikunterricht aufgebaut sein kann, der Offenheit gegenüber dem Denken der Kinder und ihren individuellen Lernmöglichkeiten praktiziert und zur Zusammenarbeit und zum Austausch untereinander anregt.

⁵ Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (Hrsg.): Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich, Beschluss vom 15.10.2004. Luchterhand, München: 2005, S. 6.

1.2 Jahrgangsübergreifendes Lernen

*Natürliche
Differenzierung*

Durch die Altersmischung in einer jahrgangsübergreifenden Lerngruppe entstehen Lernsituationen, in denen der Altersunterschied zwischen den Kindern für natürliche Lernanlässe genutzt werden kann. Unterschiedliche altersbedingte mathematische Erfahrungswelten treffen aufeinander. Jüngere und ältere Kinder können sie miteinander austauschen und ergänzen. Im Lernen voneinander eröffnen sich Chancen auf beiden Seiten, deren Wirksamkeit dem Effekt differenzierter Arbeitsblätter und Materialien langfristig überlegen ist. „Die bewusst hergestellte Heterogenität zwischen den Kindern in der jahrgangsgemischten Lerngruppe bietet allen Kindern die besondere Chance zum selbsttätigen, individuellen und interaktiven Lernen und eröffnet somit besondere Reize für die intellektuelle Entwicklung.“⁶ WITTMANN spricht in diesem Zusammenhang von natürlicher Differenzierung.⁷

Das Lernumfeld in einer jahrgangsübergreifenden Lerngruppe kann lebendiger, interessanter und anregungsreicher als in jahrgangshomogenen Klassen sein. Das betrifft nicht nur das erweiterte Angebot an Materialien, sondern vor allem die vielfältigen Kommunikationssituationen, die Impulse zum Nachdenken und Nachfragen setzen. Die Kommunikation zwischen den Kindern mit – auch durch den Altersunterschied bedingten – unterschiedlichen Erfahrungswelten und Fähigkeiten trägt zu einem tieferen Verständnis der mathematischen Grundideen bei. Dadurch werden auch Schnelligkeit und Routine im Umgang mit dem Gelernten gefördert.

Metakommunikative Fähigkeiten

Wenn ein älteres bzw. in Teilbereichen leistungsstärkeres Kind einem jüngeren bzw. in Teilbereichen leistungsschwächeren Kind z. B. das Hunderterfeld erklärt, unterstützt das seinen eigenen Lernprozess. Es entwickelt dabei sein Ausdrucksvermögen weiter, übt mathematische Inhalte verständlich zu vermitteln, fragt bei sich selbst erworbenes Wissen ab und durchdenkt beim Erklären z. B. das gesamte Hunderterfeld neu. Erklären ist Ordnen, Wiederholen, Überprüfen, Üben, Festigen, Reflektieren, Vertiefen und Anwenden.

Die erklärenden Kinder sind beispielgebend und stehen den anderen Kindern in ihren Sprach- und Denkstrukturen näher als die Lehrerin oder der Lehrer. Auch wenn manche Erklärungen für Erwachsene kaum nachvollziehbar sind, Kinder verstehen sich eher und fragen ohne Bedenken und Hemmungen so oft nach, bis sie verstanden haben, was sie interessiert.

Kumulatives Lernen

Noch vorhandene Verständnisprobleme bzw. Lernlücken werden im Verlauf von Erklärungsversuchen aufgedeckt und es besteht die Möglichkeit, im Sinne des kumulativen Lernens die Inhalte noch einmal gemeinsam zu bearbeiten. In jahrgangsgemischten Klassen können Kinder vorausschauend im Hinblick auf die „Zone der nächsten Entwicklung“ und rückblickend lernen und sich gegenseitig dabei bereichern. Lernen durch Mitmachen, Nachmachen und dann Selbermachen ist möglich.

Durch das Mithören bei den älteren Kindern wird mathematisches Wissen vorbereitet und Lernmotivation angestoßen. Häufig sind bei den jüngeren Kindern Leistungen und Handlungen zu beobachten, die sie in dieser Ausprägung und zu diesem Zeitpunkt in einer Jahrgangsklasse noch nicht gezeigt

⁶ Nührenbörger, M. u. a.: Mit Unterschieden rechnen. Kallmeyer bei Friedrich in Velber, Seelze 2006.

⁷ Vgl. Wittmann, E. Ch., Müller, G. N.: Das Zahlenbuch 1 – Lehrerband. Ernst Klett Grundschulverlag, Leipzig 2004.

hätten. Um die Kinder dort abzuholen, wo sie stehen, und sie „dort hinzubringen, wo sie noch nie waren“, wie es WITTMANN in einem Vortrag bezeichnete, bedarf es einer Organisation der Lernprozesse, die sich an den individuellen Lernmöglichkeiten des einzelnen Kindes orientiert. Einige Kinder rechnen schon sicher im Zahlenraum bis 100 und darüber hinaus, andere können Ziffern nicht von Buchstaben unterscheiden und haben gerade mal gelernt, bis fünf zu zählen, wissen aber nicht, was diese Zahlwörter bedeuten.

Damit jedes Kind die Möglichkeit hat, seinen individuellen Lernweg in seinem Rhythmus und seinem Lerntempo zu gehen und dort zu verweilen, wo es nötig ist, sollte es auch Gelegenheit geben, einmal einen Schritt oder mehrere Schritte zurückzugehen, ohne davon Nachteile zu haben. Andere Kinder hingegen bewegen sich schneller auf ihrem Lernweg, weil sie Bekanntes überspringen können und auf der Suche nach Neuem vorausseilen.

Langsame und schnelle Lernwege

Die Grundschulverordnungen in den Ländern Berlin und Brandenburg sehen ca. fünf Unterrichtsstunden in der Woche für Mathematik in der Schulanfangsphase vor. Die folgenden Abschnitte stellen den jeweiligen mathematischen Kompetenzerwerb („Worum geht es?“) in einen Zusammenhang mit unterstützenden Arbeits- und Organisationsformen. Außerdem werden Vorschläge zur Umsetzung in die Praxis beschrieben („Wie kann man vorgehen?“) und Anregungen zur Weiterarbeit („Wie kann es weitergehen?“) gegeben.

2 Mathematische Zusammenhänge erforschen

Zu den zentralen Inhalten des Mathematikunterrichts werden den Kindern Aufgaben bzw. Lernumgebungen angeboten, die ein gemeinsames Arbeiten aller Schülerinnen und Schüler an gleichen Aufgaben ermöglichen.⁸

Forscheraufgaben

Alle Kinder werden dabei herausgefordert, mathematische Problemstellungen zu erkennen, diese anzugehen und den individuellen Möglichkeiten entsprechend zu lösen. Aus der Vielfalt der unterschiedlichen Erfahrungswelten ergeben sich besondere Chancen für das Mathematiklernen der Kinder, die zu jedem Zeitpunkt die Möglichkeit haben, sowohl vorausschauend als auch rückblickend mitzuarbeiten. Wir nennen sie deshalb „Forscheraufgaben“.

Aufgabe der Lehrkraft ist es, in die Aufgabe bzw. Lernumgebung einzuführen und im Weiteren die Arbeitsprozesse der Kinder vor allem zu beobachten, um geeignete Ideen für die gesamte Gruppe bei der Abschlussreflexion aufgreifen, spiegeln und strukturieren zu können. Außerdem steht die Lehrerin oder der Lehrer bei Bedarf als Beraterin bzw. Berater zur Verfügung, falls Informationen, Hilfen und Anregungen angefordert werden.

Für die Forscheraufgaben brauchen die Kinder Zeit:

- Zeit zum Nachdenken und Durchdringen
- Zeit zum Untersuchen und Experimentieren
- Zeit zum Gedankenaustausch mit anderen Kindern
- Zeit zur Darstellung des Lösungsweges

*Austausch und
Diskussion*

Deshalb ist mindestens eine Doppelstunde als gemeinsame Forscherstunde zu empfehlen. Das gemeinsame Arbeiten bzw. der Austausch zwischen den Kindern wird zum Teil bewusst initiiert bzw. organisiert. Bestandteil dieser Stunden ist immer auch eine sogenannte Forscherrunde, in der die Kinder ihre Forschungen präsentieren, von Problemen und Entdeckungen berichten und Lösungswege diskutieren. Sie bieten einen Ort, an dem Vor- und Nachteile der verschiedenen Vorgehensweisen erörtert werden können, wobei die verschiedenen Verfahren mit Blick auf ihre Fortsetzbarkeit (Zukunftsperspektive) von der Lehrkraft bedacht werden sollten. Es geht darum, die disziplinären Grundprinzipien durch forschendes Erkunden fassbar zu machen und die Inhalte des mathematischen Anfangsunterrichts in Erfahrungsbereiche zu gliedern, die den Ausbau von Lernerfahrungen zulassen.

*Dokumentation
und Reflexion*

Im Mittelpunkt der Unterrichtsvorbereitung steht die Entwicklung von Lernumgebungen, welche die bereits erwähnte natürliche Differenzierung vom Kind aus ermöglicht. Ein sogenanntes Forscherheft vervollständigt das Konzept. Im Forscherheft, einem Blankoheft mit stabilem Umschlag, halten die Kinder die Ergebnisse ihrer individuellen Auseinandersetzung mit dem mathematischen Inhalt (Überlegungen, Lösungsansätze, Erfindungen, Reflexion des eigenen Lernzuwachses, Fragen etc.) fest. Forscherhefte bilden die individuellen Lernwege der Kinder ab und sind für die Lehrkraft ein wichtiges diagnostisches Instrument, da sie die individuellen Entwicklungen aufzeigen. Sie enthalten im Gegensatz zu klassischen Rechenheften Eigenproduktionen in Form von Zah-

⁸ Vgl. Hengartner, E. u. a.: Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte. Klett und Balmer, Zug 2006.

len, Rechenaufgaben, Zeichnungen, Texten, Fundstücken etc. In der Arbeit mit dem Forscherheft lernen die Kinder, ihre eigenen Gedanken für sich selbst und für andere verständlich darzulegen und sich darüber auszutauschen.

In der unten stehenden Tabelle wird die Planung für ein Schuljahr in einer jahrgangsgemischten Lerngruppe 1/2 an der Joan-Miró-Grundschule in Berlin vorgestellt. Schwerpunkt sind die gemeinsamen Lernumgebungen zu den verschiedenen Themen. Das Angebot einer thematisch gleichen Lernumgebung bedeutet nicht die Gleichbehandlung der Kinder. Die Kinder können von unterschiedlichen Stellen im Lernprozess aus ihr individuelles „Wissensnetz“ knüpfen, ergänzen, umstrukturieren und festigen. Kinder, die zum ersten Mal mit einem Thema konfrontiert werden, haben im darauf folgenden Jahr die Gelegenheit, ihre Kenntnisse und Fähigkeiten zu erweitern.

*Diagnostische
Lernbeobachtung*

Jahresplanung für den Mathematikunterricht in einer Lerngruppe 1/2	
September Oktober	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Zahlen in der Umwelt ▪ Mathematik erfinden mit großen Mengen ▪ Bündelungen mit Kastanien ▪ Zahlzerlegungen ▪ Aufbau einer Hundertertafel ▪ Mengen spiegeln, verdoppeln
November Dezember	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Steckbrief von ein-, zwei- und dreistelligen Zahlen ▪ Zahlenhäuser ▪ Formen – Quadrate ▪ Geld ▪ Rechnen am Rechenstrich
Januar	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Zeit (Kalender, Uhrzeit ...) ▪ Unsere Klasse in Zahlen – Daten erheben, darstellen und auswerten
Februar März	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Einmaleinswerkstatt ▪ Forschen nach den 100 Malaufgaben ▪ Rechengeschichten
April Mai Juni Juli	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Rechenstrategien am Rechenstrich ▪ Körper ▪ Teilen und Teiler ▪ Zahlenmauern ▪ Rechendreiecke ▪ Zauberquadrate ▪ Längen (Messen, Lineal, Strecken, Linien...)



Mit dem Zeichen F wie Forschen werden die fett gedruckten Themen in den folgenden Kapiteln näher erläutert.

2.1 Offene Aufgabenstellungen

Vielfältige Denk- und Lösungswege

Offene Aufgabenstellungen ermöglichen unterschiedliche Lösungswege, wobei die individuellen Vorgehensweisen der Kinder gewürdigt werden. Statt verbindliche Lösungsverfahren einzuführen, wird eine Vielfalt von Lösungs- und Denkwegen zugelassen. Der Austausch unter den Kindern erhält dabei einen höheren Stellenwert, denn Vielfalt bedarf der Verständigung. Bei der Präsentation der Lösungen und Lösungswege findet eine argumentative Auseinandersetzung mit anderen Sicht- und Vorgehensweisen statt. Wo Lernende in diesem Sinne Mathematik betreiben, werden sie zu aktiven Mitgestalterinnen und Mitgestaltern ihrer Lernprozesse.⁹

Offene Aufgaben eröffnen einen offenen „Zugriff“ auf mathematische Inhalte und fördern eigenständiges Lernen. Die Ergebnisse zeigen den Kindern und der Lehrkraft einen kleinen Ausschnitt des tatsächlichen Leistungsprofils der Kinder. Ausgehend von ihren Lernvoraussetzungen festigen die Lernenden ihr schon erworbenes Wissen, wenden es an und erzeugen neues Wissen. Offene Aufgaben sind kurz und prägnant formuliert, so dass alle Kinder einen Zugang finden können. Die eigenen Möglichkeiten können ausprobiert, überschritten oder bereits Erarbeitetes verweilend vertieft werden.

Vertiefung und Erweiterung

Bei einer offenen Aufgabenstellung ist es jedem Kind möglich, den Zahlenraum auszusuchen, das Tempo zu bestimmen und eigene Lösungswege zu gehen. Auf feste Zahlraumgrenzen oder auf unflexible Zuweisung von Unterrichtsinhalten an bestimmte Schuljahre wird dabei bewusst verzichtet. Im Laufe der Schuljahre wird dadurch eine erweiterte und vertiefte Sicht der mathematischen Themen erreicht.



Zahlen in unserem Klassenraum

Kompetenzen:

- Zahlen in der Umwelt entdecken
- Zahlen schreiben
- Zahlen lesen
- kommunizieren
- darstellen

Aufgabe:

Erforsche Zahlen im Klassenraum. Schreibe und male die Zahlen mit dem Gegenstand in dein Forscherheft.

Materialien: Forscherheft, Schreibutensilien, Aufgabenetikett

Worum geht es?

Auf der Suche nach Zahlen

Die Kinder werden für Zahlen in ihrer Umwelt sensibilisiert. Sie können ihre Vorkenntnisse einbringen und werden herausgefordert, sich auf Neues einzulassen. Einige Kinder haben diesen Forschungsauftrag schon einmal im letzten Schuljahr bearbeitet. Für diese Kinder geht es in diesem Jahr darum, sich daran zu erinnern und noch weitere Zahlen zu finden. Außerdem dürfen die

⁹ Vgl. Rasch, R.: Offene Aufgaben für individuelles Lernen im Mathematikunterricht der Grundschule 1+2. Aufgabenbeispiele und Schülerbearbeitungen. Kallmeyer bei Friedrich in Velber, Seelze, 2007.

schulerfahrenen Kinder den Schulanfängerinnen und Schulanfängern Anregungen geben, wo sie Zahlen finden können, wenn diese sie darum bitten.

Wie kann man vorgehen?

EINSTIEG

In einem impulsgebenden Gespräch zur Bedeutung von Zahlen im Mathematikunterricht werden die Kinder dazu angeregt, mit Forscherblick Zahlen im Klassenraum zu entdecken und sie anschließend in ihr Forscherheft zu schreiben oder abzumalen.

Um den anderen Kindern später in der Forscherrunde genau berichten zu können, wo die Zahlen gefunden wurden, ist es wichtig, die Zahlen mit ihrer Umgebung abzumalen (Beispiel: Uhr). Außerdem können auch Zahlen mit ihren Umgebungen aus der Erinnerung aufgeschrieben werden (z. B. Zahlen auf einem Autokennzeichen).

Die Lehrkraft liest den Forscherauftrag kurz vor und klärt mit den Kindern Wörter, die unbekannt sind. Die vorbereiteten Etiketten mit den Forscheraufträgen liegen in der Materialecke zur Abholung für die Kinder bereit.

Jedes Kind klebt selbstständig ein Etikett oben auf eine Seite des Forscherheftes und schreibt bzw. malt seine Erforschungen dazu, wobei die schulerfahrenen Kinder, die Erzieherin bzw. der Erzieher und die Lehrkraft den Schulanfängerinnen und Schulanfängern bei Bedarf hilfreich zur Seite stehen.

Ideenaustausch

ARBEITSFORMEN

Allein, zu zweit oder in Kleingruppen forschen die Kinder ca. 20 Minuten im Klassenraum, wobei die fortgeschrittenen Kinder den Schulanfängerinnen und Schulanfängern ganz „nebenbei“ Gegenstände aus dem Klassenraum erklären. Die Lehrkraft unterstützt Schülerinnen und Schüler, die an selbstständige Arbeit nicht gewöhnt sind und bestärkt die Kinder darin, sich von anderen Kindern inspirieren zu lassen.

AUSWERTUNG

Beim Gong, einem akustischen Hinweis für die Forscherrunde, kommen alle auf dem kürzesten Weg mit ihrem Forscherheft in den Stuhlkreis. Die Kinder stellen eines ihrer Forscherergebnisse mündlich vor und zeigen dazu die Seite in ihrem Forscherheft. Um die eigenen Forschungen durch die Ideen der anderen Kinder erweitern zu können, ist es wichtig, den Mitschülerinnen und Mitschülern zuzuhören und sich die gezeigte Seite anzuschauen (Abb. 3).

HAUSAUFGABE

Nachmittags forschen die Kinder weiter und stellen ihre Ergebnisse am nächsten Tag vor. Das Kind mit den meisten Forschungen wird als Forscherin bzw. Forscher des Tages geehrt.

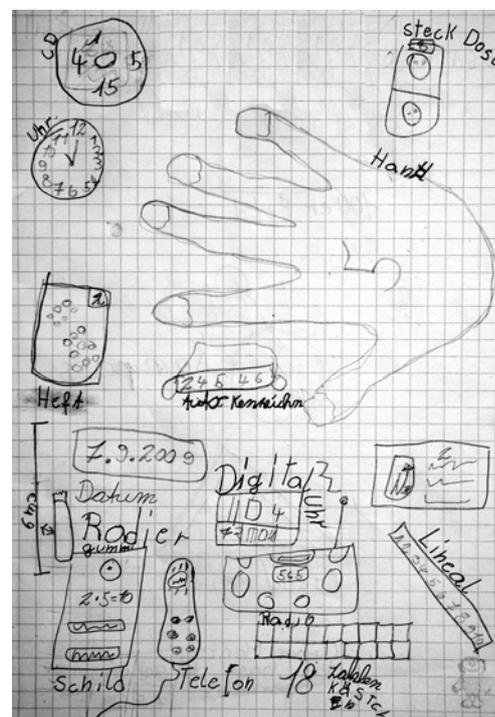


Abb. 3:
Schülerarbeit zur Aufgabe:
Erforsche Zahlen in deiner Umgebung.



Zahlen und Anzahlen in unserer Schule

Kompetenzen:

Aufgabe:

- Zahlen in der Umwelt entdecken
- Zahlen lesen und schreiben
- vorwärts zählen
- Mengen sammeln
- Menge-Zahl-Zuordnungen
- Strichlisten erstellen
- Zahlen in Stellentafel schreiben
- kommunizieren
- darstellen
- argumentieren

Erforsche mit drei anderen Kindern Zahlen und Anzahlen in der Schule.

Materialien: Klemmbrett mit Papier, Schreibutensilien

Wie kann man vorgehen?

EINSTIEG

Die Lehrkraft stellt den Forschungsauftrag vor und klärt zusammen mit den Kindern das Wort „Anzahl“. Bevor die Kinder ihre Forschungen mit einem Klemmbrett und einem gemeinsamen Forscherblatt aufnehmen, werden die erwarteten Verhaltensweisen außerhalb des Klassenraumes von den Kindern kurz zusammengetragen. Die Lehrkraft bittet die Kinder später in der Forscherrunde neben den Forscherergebnissen auch davon zu berichten, wie sie es geschafft haben, gemeinsam gut in der Gruppe gearbeitet zu haben.

Danach bilden die Kinder Vierergruppen, die im Idealfall aus zwei schulerfahrenen Kindern und zwei Schulanfängerinnen und Schulanfängern bestehen. Die Forscherzeit ist auf 20 Minuten begrenzt. Die Lehrkraft gibt nach dieser Zeit auf dem Hof das Signal für den Beginn der Forscherrunde.

GRUPPENARBEIT

In Forschergruppen begibt sich die Klasse auf die Suche nach Zahlen und Anzahlen in der Schule, wobei die Schulanfängerinnen und Schulanfänger ganz nebenbei ihre Schule ein bisschen besser kennen lernen. Auf dem gemeinsamen Forscherblatt notieren bzw. malen sie ihre Erforschungen (z. B. Klassenräume, Stockwerke, Treppenstufen, Tischtennisplatten etc.).

AUSWERTUNG

Die Gruppen stellen nacheinander ihre Forscherergebnisse und ihre Vorgehensweise auch für gute Gruppenarbeit vor, wobei jedes Gruppenmitglied etwas sagen sollte. Anschließend darf jedes Gruppenmitglied jemanden aufrufen, der oder die der Gruppe Rückmeldungen zu ihrer Arbeit gibt. Die Lehrkraft erstellt aus den Forscherblättern und eigenen Beobachtungen und Fotos ein Plakat, welches eine Würdigung der vollbrachten Arbeit darstellt und zum Nachschauen in der Klasse ausgehängt wird.

Unsere Schule
in Zahlen

Erweiterte Aufga-
benstellung

Wie kann es weitergehen?

Viele der folgenden offenen Aufgabenstellungen werden mit allen Kindern methodisch vergleichbar in gemeinsamen Forscherstunden bearbeitet:

- kurze Inszenierung und Klärung der Aufgabe
- Bearbeitung in Einzel-, Partner- und Gruppenarbeit
- Auswertung der Ergebnisse und Reflexion in der Forscherrunde

Manche Aufgaben werden nur als Angebot für besonders interessierte Kinder bereitgehalten. Da die Kinder im Laufe der Schuleingangsphase mit immer größeren Zahlen arbeiten, ist der mehrmalige Einsatz der gleichen offenen Aufgabenstellung durchaus sinnvoll. Die unten aufgeführten offenen Aufgaben können den Kernideen, die im Haus der Mathematik aufgeführt sind, zugeordnet werden.

Offene Aufgaben zu „Zahl und Zählen“

Erforsche Zahlen in deiner Umgebung. Schreibe und male sie in dein Forscherheft.

Zähle, soweit du kommst, und schreibe die Zahlen in der Reihenfolge auf.

Entdecke Zahlen und Anzahlen in der Schule. Schreibe alle Zahlen auf, die du kennst.

Schreibe Zahlen auf und male Bilder, die zu den Zahlen passen.

Denke dir eine Zahl aus und zähle von da aus fünf Zahlen rückwärts. Schreibe die Zahlen auf.

Zähle in Schritten (2er, 5er, 10er...), soweit du kommst. Schreibe die Zahlen auf.

Offene Aufgaben zu „Zahl und Struktur“

Schreibe ein-, zwei- oder dreistellige Zahlen auf. Male oder stemple dazu.

Material: Einer-Stempel, Zehner-Stempel, Hunderter-Stempel zu den System-sätzen. Stempelkissen

Denke dir verschiedene Zahlen aus und erstelle dazu Strichlisten.

Denke dir eine größere Zahl als 5 aus. Male sie als Punktemenge so, dass andere blitzartig erkennen können, um welche Zahl es sich handelt.

Offene Aufgaben zu „Zahlbeziehungen“

Vergleiche Zahlen miteinander. Nutze $>$, $<$ oder $=$

Rechne mit der Zahl 9 und 99.

Denke dir eine Zahl und zerlege sie im Zahlenhaus.

Zähle in Zweier-Schritten und schreibe die Zahlenfolge auf. Beginne einmal mit 1 und ein anderes Mal mit 2. Was fällt dir auf?

Denke dir eine Zahl aus und schreibe sie mit ihren Nachbarn auf den Zahlenstrahl.

Welche Zahlen aus der Hunderter-Tafel findest du besonders wichtig? Begründe deine Wahl.

Offene Aufgaben zu „Zahlen und Operationen“

Verdoppele Anzahlen mit dem Spiegel.

Materialien: Spiegel, Wendeplättchen, Systemsätze

Die Rechenzahl ist Fünf. Schreibe Aufgaben auf, die du mit Fünf bilden kannst

Denke dir eine eigene Rechenzahl aus. Schreibe Aufgaben auf, die du damit bilden kannst.

Rechne mit einer Startzahl deiner Wahl.

Schreibe Rechnungen auf, die ____ ergeben.

Schreibe leichte und schwierige Aufgaben auf.

Bilde Rechenkettten. Beginne mit zwei einstelligen Zahlen.

Bilde Rechenkettten. Beginne mit zwei einstelligen Zahlen.

Bilde Rechenkettten. Beginne mit zwei einstelligen Zahlen.

Schreibe leichte und schwierige Malaufgaben auf.

Schreibe alle Malaufgaben auf, die du schon kennst.

Schreibe alle Geteiltaufgaben auf, die du schon kennst.

Offene Aufgaben zu „Operationen in Zusammenhängen“

Erfinde eine Rechengeschichte und male ein Bild dazu.

Erfinde eine „Kastanien“-Rechengeschichte und male ein Bild dazu.

Erfinde eine Rechengeschichte, in der Plus gerechnet werden muss.

Erfinde eine Rechengeschichte, in der subtrahiert werden muss.

Erfinde eine Rechengeschichte, in der multipliziert werden muss

Erfinde eine Rechengeschichte, in der dividiert werden muss.

2.2 Eigenproduktionen

Aus dem Grundgedanken heraus, Kinder möglichst frei an eigenen mathematischen Ideen arbeiten zu lassen, hat HÜLSITT sowohl im vorschulischen als auch im schulischen Bereich den Ansatz aus der Freinet-Pädagogik weiterentwickelt.¹⁰

Kinder bekommen den Auftrag, Mathematik anhand von großen Mengen zu erforschen. Im spielerischen Umgang mit dem Material verbinden sich dabei Kreativität und Mathematik, indem z. B. Muster und Strukturen gelegt und erkannt werden.

Bei diesem Zugang zur Mathematik wird das Material selbst zum Denkwerkzeug und dient der Veranschaulichung von Mathematik. So entstehen in jeder Altersstufe Eigenproduktionen. Darunter werden schriftliche oder mündliche Äußerungen verstanden, bei denen die Schülerinnen und Schüler selbst entscheiden, wie sie vorgehen und/oder wie sie ihr Vorgehen bzw. dessen Ergebnisse darstellen. Sie zeichnen sich also durch Freiheit in der Wahl der Vorgehensweise und/oder Freiheit in der Wahl der Darstellungsweise aus.¹¹

*Materialien als
Denkanstoß*

Nach SELTER lassen sich vier Arten von Eigenproduktionen unterscheiden¹²:

- Erfinden von Aufgaben
- Bewältigen von Rechenanforderungen aufgrund individueller Vorgehensweisen
- Nutzen von Zusammenhängen innerhalb substanzieller Aufgabenkontexte
- Schriftliche Reflektion über einen Lernprozess

Nicht alle Schülerinnen und Schüler können sofort mit den Freiräumen und individuellen Möglichkeiten umgehen. Gerade die Kinder, die nur wenig Erfahrungen mit offenen Lernangeboten haben, sind schnell überfordert und ihre Arbeitsergebnisse nicht so produktiv wie erwartet (und wie es in vielen Beispielen beschrieben wird).

Es ist deshalb wichtig, dass Eigenproduktionen nicht nur ab und zu als Aufgabe eingesetzt werden, sondern selbstverständlich zum Unterricht gehören, damit die Schülerinnen und Schüler Vertrauen in ihre Ideen und Gedanken gewinnen.

Die Konstruktionen der Kinder werden von Mal zu Mal ausgereifter und durchdachter. Die Dokumentationen und Besprechungen der Ergebnisse machen ihnen ihre mathematische Denkprozesse und Vorstellungen bewusst, vertiefen und entwickeln sie weiter.

¹⁰ Hülsitt, K.: Freie mathematische Eigenproduktionen: Die Entfaltung entdeckender Lernprozesse durch Phantasie, Ideenwanderung und den Reiz unordentlicher Ordnungen. In: Graf, U./Moser Opitz, E.: Diagnostik und Förderung im Elementarbereich und Grundschulunterricht. Lernprozesse wahrnehmen, deuten und begleiten. Entwicklungslinien der Grundschulpädagogik, Bd. 4, Schneider Verlag Hohengehren, Baltmannsweiler 2007, S. 150 ff.

¹¹ Selter, Ch./Sundermann, B.: Beurteilen und Fördern im Mathematikunterricht, Cornelsen Verlag Scriptor GmbH & Co. KG, Berlin 2006, S.124 ff.

¹² Selter, Ch. Eigenproduktionen im Arithmetikunterricht. In: Müller, G., Wittmann, E. (Hrsg): Mit Kindern rechnen. Arbeitskreis Grundschule, Frankfurt a.M. 1995 S.138 ff.



Mathematik erforschen mit großen Mengen

Kompetenzen:

Aufgabe:

- Muster legen
- Formen legen und erkennen
- Körper legen und erkennen
- Anzahlen bestimmen
- Mengen bündeln
- Symmetrien legen und erkennen
- kommunizieren
- darstellen
- argumentieren

Erforsche Mathematik
mit großen Mengen.

Materialien: Augen- und Blankowürfel, Centstücke, große runde Plättchen, quadratische Holzplättchen oder kleine Fliesen in zwei bis vier Farben, runde und quadratische Bierfilze, reguläre Dreiecke, Eislöffeln, Holzstäbchen, Eisbecher, Holzwäscheklammern Außerdem sollten dicke Stifte, Bleistifte, Blankohefte, Aufbewahrungsbehälter für die Materialien und zum Ordnen der Materialien

Worum geht es?

*Muster und
Strukturen*

Der Umgang mit großen, ungeordneten Mengen ist für Eigenproduktionen besonders geeignet. Große Mengen reizen zum Anfassen, Gestalten, Ordnen und Strukturieren.

Die Materialien sollten schlicht sein, damit sie Strukturen herausfordern und nicht zu sehr ablenken. Die Mengen sollten groß, aber überschaubar sein, damit eine Gruppe von Kindern die Chance hat, die Menge als Ganzes zu ordnen oder zu sortieren.

Wie kann man vorgehen?

EINSTIEG

*Anregendes
Material*

Das Material wird den Kindern auf verschiedenen Tischen bereitgestellt (Abb. 4). Jeweils vier bis sechs Kinder arbeiten an einem Tisch. Packpapier, das mit Klebeband fixiert wurde, macht die Tische beschreibbar. Nach einer Phase des Wühlens und Kramens im Material, hervorgerufen durch die ungewohnte Menge, besteht die Möglichkeit, mit dem ausgewählten Material Muster und Strukturen zu legen oder zu bauen.

IDEENWANDERUNG

Alle Kinder arbeiten konzentriert an ihren eigenen Erfindungen und zeigen Interesse für das Vorgehen der anderen Kinder. Sowohl das Material als auch die Produkte fordern zu neuen Entwicklungen und Entdeckungen heraus. Inhalte aus dem Mathematikunterricht werden aufgegriffen, vertieft und aus

anderen Blickwinkeln betrachtet. „Ideenwanderungen“ tragen dazu bei, dass die Kinder voneinander lernen. Sie greifen Gesehenes oder Besprochenes auf, variieren, entwickeln weiter und kommen so zu neuen Erkenntnissen. HÜLSWITT schreibt regelmäßig mathematische Fragen neben die Produkte der Kinder, um sie zum Weiterdenken anzuregen¹³. Wer fertig ist, kreist sein Produkt ein (Abb. 4) und schreibt seinen Namen dazu.

DOKUMENTATION

Nach der ersten handelnden Arbeitsphase werden die Kinder aufgefordert, ihr eigenes Produkt oder das eines anderen Kindes in ihr Forscherheft zu zeichnen (Abb. 5). Sie nutzen in der Regel Bleistifte, um das Augenmerk auf die Strukturen zu lenken. Die Dokumentation der Ergebnisse stellt eine Herausforderung dar: Von gemalten Vorstellungen über gezeichnete Abbildungen hin zu symbolischen Zeichnungen zu finden, bei denen die Symbole selber kreiert werden, ist es ein anspruchsvoller Prozess.

AUSWERTUNG

Alle versammeln sich zur Forscherrunde um einen Gruppentisch im Doppelkreis. Das Kind, dessen Produkt näher betrachtet wird, sitzt am Tisch. Die Schülerinnen und Schüler werden aufgefordert, Beobachtungen und Ideen zu dem Muster zu äußern. Die Lehrkraft stellt den Bezug mathematischer Kernideen zu den Produkten her. HÜLSWITT regt an, die Forscherrunde ggf. durch eine Pause zu unterbrechen und am nächsten Tag fortzusetzen¹⁴. Um Ermüdungen vorzubeugen, kann die Forscherrunde auch mit einem Teil der Kinder stattfinden.

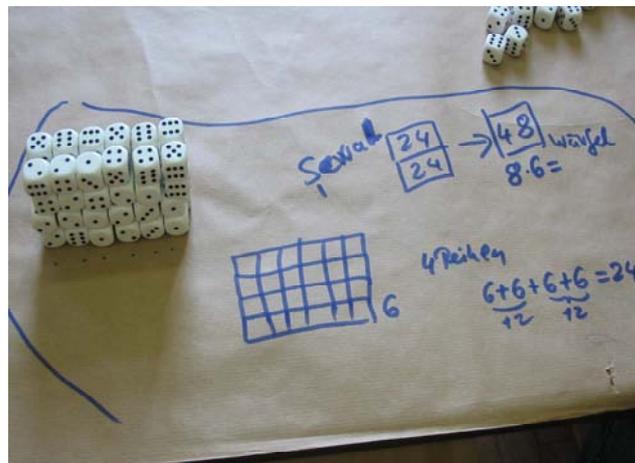


Abb. 4:
Eigenproduktion mit Würfeln



Abb. 5:
Dokumentation im Forscherheft

Wie kann es weitergehen?

Anfangs wird das Material häufig noch für bildliche Darstellungen genutzt, bis sich nach und nach Strukturen durchsetzen. Um zunehmend zielgerichtet und planvoll zu arbeiten, sollte den Kindern oft Gelegenheit zum Forschen mit großen Mengen gegeben werden. Hierfür gibt es verschiedene Möglichkeiten: monatlich eine Doppelstunde bzw. Förderstunden des regulären Mathematikunterrichts, Forschen in Arbeitsgemeinschaften oder Bestandteil von verschiedenen Projekten.

¹³ Hüls Witt, K.: Freie mathematische Eigenproduktionen. A. a. O.

¹⁴ Ebenda



Zahldarstellung und Orientierung auf der Hundertertafel

Kompetenzen:

Aufgabe:

- Zahlen schreiben
- Zahlen lesen
- Zahlzerlegungen vornehmen
- Zahlen darstellen
- Mengen strukturieren und bündeln
- Zahlen der Größe nach ordnen
- Zahlenunterschiede benennen
- Muster erkennen
- Lösungen auf verschiedene Weise überprüfen
- kommunizieren
- Problemlösen
- argumentieren

Stelle in einer Gruppe Wendekarten für die Zahlen 1 bis 100 (Vorderseite Zahlenbild, Rückseite Zahlzeichen) her und platziere sie auf der Hundertertafel.

Demonstrationsmaterialien: selbst hergestellte Wendekarten für die Einführungsphase (z. B. 1 bis 10, 15, 20, 35, 53, 75, 100); zwei unvollständig ausgefüllte Wendekarten (z. B. 25, 50); selbst hergestellte leere Hundertertafel (Raster) zum Strukturieren der Wendekarten; einen roten und einen grünen Buntstift

Materialien für die Gruppenarbeit (pro Vierergruppe): vier Scheren; vier rote und vier grüne Bleistifte; vier Bleistifte und Radiergummi; drei Blätter mit Punktdarstellungen; eine Blanko-Hundertertafel; Kopiervorlage für Wendekarten und Hunderter-Tafel-Raster

Worum geht es?

Die Struktur der Hundertertafel wird von den Kindern mit Wendekarten selbst entwickelt und dadurch besser verstanden.¹⁵ Die Wendekarten stellen auf der einen Seite das Hunderterpunktfeld und auf der anderen Seite die Zahl dar. Die Zehner sind als durchgestrichene Punktereihe (roter Strich) und die Einer als grün ausgemalte Punkte auf dem Hunderterpunktfeld darzustellen. Auch die Montessori-Farben¹⁶ sind möglich.

Beim Ausschneiden und Beschriften der Karten wirken die Kinder ihrem individuellen Leistungsstand entsprechend beim Aufbau der Tafel mit. Die Zahlraumerweiterung wird als Vor- und Rückschau gelernt. Kinder, die sich zum zweiten Mal mit dieser Lernumgebung auseinandersetzen, kennen zwar die Aufgabenstellung aus dem vergangenen Schuljahr, sind aber als ältere in ei-

*Entwickeln der
Hundertertafel
mit Wendekarten*

¹⁵ Vgl. Nührenböcker, M. u. a.: Mit Unterschieden rechnen. Seelze, Kallmeyer 2006.

¹⁶ Um die Stellenwerte des Dezimal-Systems für Kinder leichter verständlich zu machen, hat Maria Montessori eine Farbeinteilung der einzelnen Stellenwerte erarbeitet. So steht grün für eine Einer-Stelle, blau für eine Zehner-Stelle und rot für eine Hunderter-Stelle.

ner anderen Rolle. Die sozialen Kompetenzen wie Zuhören, Helfen und Rücksichtnehmen werden durch die Gruppenarbeit herausgefordert.

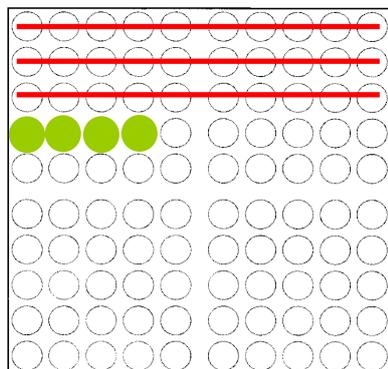


Abb. 6:
Wendekarte: Vorderseite



Abb. 7:
Wendekarte: Rückseite

Wie kann man vorgehen?

EINSTIEG

Im Sitzhalbkreis werden den Kindern eine Anzahl von selbst hergestellten Wendekarten (Abb. 6 und 7) präsentiert. Die Kinder übersetzen die Strich-Punkt-Darstellung in die Zahl und erläutern, wie sie dabei vorgegangen sind, oder lesen die Zahl einer Wendekarte vor und beschreiben, wie das dazugehörige Zahlbild aussieht. Die Lösung wird durch Umdrehen der Karte überprüft. Die betreffende Wendekarte bleibt vorerst bei den Kindern, die die Karte aufgedeckt haben. Sind alle Karten umgedreht, werden unvollständig ausgefüllte Wendekarten präsentiert, diese werden vervollständigt, dabei wird Rot für die Zehner und Grün für die Einer verwendet.

Im Anschluss wird eine große, leere Hundertertafel als Strukturierungshilfe vorgestellt, in der jede Zahlenkarte ihren Platz haben soll. Die Kinder ordnen ihre Beispiel-Wendekarten dort ein und begründen ihre Vorgehensweise. Ziel dieser und der nächsten Forscherstunde soll sein, in Gruppen Wendekarten für die Zahlen 1 bis 100 herzustellen und sie auf der großen Hundertertafel zu platzieren. Für die anschließende Gruppenarbeit erhält jede Tischgruppe kopierte Wendekarten, die ausgeschnitten und beschriftet werden müssen, und die große Hundertertafel zum Hinlegen der Wendekarten. Die Kinder werden darauf aufmerksam gemacht, dass über Vorgehensweisen der Gruppen, die Aufteilung der Arbeit innerhalb der Gruppe und die Zusammenarbeit im Abschlusskreis gesprochen werden soll. Es ist wichtig, dass alle Kinder – auch die jüngsten – eine Aufgabe haben.

GRUPPENARBEIT

Die Schülerinnen und Schüler organisieren ihre Arbeit selbstständig, was zugleich eine natürliche Differenzierung bedeutet. Sie stellen Wendekarten her und bauen daraus in Gruppen ihre Hundertertafel auf (Abb. 8).

*Selbstorganisation
und natürliche
Differenzierung*

AUSWERTUNG

Die fertigen Hundertertafeln werden in der Klasse zum einen als Wertschätzung der Arbeit und zum anderen zum Nachschauen aufgehängt.

2.3 Arbeit mit Lernumgebungen

*Individuelles
Arbeiten*

Der Begriff Lernumgebungen wird hier im Sinne von ELMAR HENGARTNER verwendet¹⁷. Lernumgebungen sind Aufgaben, die eine niedrige Eingangsschwelle für langsamer lernende Kinder anbieten, die auch für Kinder mit Lernschwächen zugänglich sein sollen. Zugleich enthalten die gleichen Aufgaben dank ihrer Reichhaltigkeit aber auch Forderungen für schnell lernende Kinder und für mathematisch besonders begabte Kinder bereit. Ein Unterricht mit Lernumgebungen fördert das gesamte Leistungsspektrum von Rechenschwachen bis Hochbegabten.

*Gemeinsame
Reflexionen*

Die Lehrkraft steht beratend und unterstützend beim forschenden Lernen zur Verfügung. Lernumgebungen sind so gestaltet, dass sie nach einer kurzen, präzisen Einführung durch die Lehrerin oder den Lehrer von den Kindern selbstständig differenziert bearbeitet werden können. Sie bieten den Kindern einen Spielraum für Eigentätigkeit und die Möglichkeit das Anforderungsniveau, Lernwege und Darstellungsformen selbst zu bestimmen. Das Erarbeitete wird zu etwas Eigenem und gewinnt somit persönliche Bedeutsamkeit. Den Kindern werden eigene Wege zugetraut und die Verständigung darüber lässt die Aufnahme ergänzender Informationen zu, da in der gemeinsamen Reflexionsphase auf ähnliche Erfahrungen zurückgegriffen werden kann.

Diese Form von Aufgaben nutzt die in der Klasse vorhandene natürliche Differenzierung, indem die Kinder ihren individuellen Lernressourcen entsprechend die Aufgaben lösen können. Sie sind eine Alternative zur Differenzierung durch Zusatzaufgaben und ermöglichen – im Sinne WITTMANNNS – eine Öffnung vom Fach her:

„Mathematische Muster dürfen nicht als etwas Gegebenes angesehen werden, das man nur betrachten und reproduzieren kann. Ganz im Gegenteil: Es gehört zu ihrem Wesen, dass man sie erforschen, fortsetzen, ausgestalten und selbst erzeugen kann. Der Umgang mit ihnen schließt Offenheit und spielerische Variationen konstitutiv ein.

Den ´streng´ erscheinenden Regelsystemen der Mathematik wird dadurch die Schärfe genommen. Sie lassen Raum für persönliche Sicht- und Ausdrucksweisen und werden zugänglich für die individuelle Bearbeitung. Gleichwohl werden Offenheit und Individualität durch Regeln gezügelt. Es handelt sich um eine Offenheit vom Fach aus.“¹⁸

„Diese Öffnung des Unterrichts vom Fach her entspricht nicht der Öffnung des Unterrichts als organisatorische Maßnahme, sondern meint ein Ausschöpfen der pädagogischen Möglichkeiten, die der Mathematik innewohnen.“¹⁹

¹⁷ Hengartner, E. u. a. (2006): Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte. Zug. Klett und Balmer Verlag.

¹⁸ Wittmann, E. /Müller, G.: zitiert nach: Hirt, Uerli: Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte – Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht. http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/BzMU/BzMU2006/Sektions/hirt_ueli.pdf (Zugriff am: 11.05.2010)

¹⁹ Hirt, Uerli: Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte - Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht. http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/BzMU/BzMU2006/Sektions/hirt_ueli.pdf (Zugriff am: 11.05.2010)

Zahlen steckbrieflich gesucht



Kompetenzen:

Aufgabe:

- Menge/Zahl-Zuordnungen vornehmen
- Zahlen schreiben
- Strichliste erstellen
- Zahlen zerlegen
- Mengen strukturieren und bündeln
- Zahlen der Größe nach ordnen
- Zahlbeziehungen herstellen
- Zahlen addieren
- Zahlen subtrahieren
- Zahlen ergänzen
- Lösungen auf verschiedene Weise überprüfen
- Kommunizieren

Stelle Zahlensteckbriefe zu einstelligen Zahlen her.

Stelle Zahlensteckbriefe zu zweistelligen Zahlen her.

Stelle Zahlensteckbriefe zu dreistelligen Zahlen her.

Materialien: Kopien von einstelligen, zweistelligen und dreistelligen Steckbriefen; Systemsätze (Hunderterplatten, Zehnerstangen, Einerwürfel); Zahlenkartensatz: 100-900, 10-90, 1-9; Rechengeld

Worum geht es?

Die Kinder finden zu selbst gewählten Zahlen verschiedene Darstellungen, Beziehungen und Operationen.²⁰ Hierfür werden verschiedene Materialien wie die Systemsätze aus Holz (Hunderterplatten, Zehnerstangen, Einerwürfel), Zahlenkarten (Hunderter, Zehner, Einer) und Rechengeld zum handelnden Umgang zur Verfügung gestellt. Im ersten Teil des Steckbriefes geht es darum die Anzahlen möglichst übersichtlich und strukturiert zu legen und zeichnerisch darzustellen. Im zweiten Teil geht es um die Einordnung der gewählten Zahl auf dem Zahlenstrahl. Zum Schluss wird mit der gewählten Zahl auf unterschiedliche Weise addiert und subtrahiert. Die Kinder wählen sich den Zahlenraum, mit dem sie sicher operieren können, wagen sich aber auch darüber hinaus, weil die fortgeschrittenen Kinder hilfreich zur Seite stehen.

*Selbstbestimmter
Zahlenraum*

Wie kann man vorgehen?

EINSTIEG

Bestandteile eines solchen Steckbriefes sind für einstellige, zweistellige und dreistellige Zahlen auf einer Vorlage vorgegeben. Anhand dieser Vorlage fertigen die Kinder Zahlensteckbriefe zu Zahlen an (Abb. 8 a,b,c). Alternativ können die Kinder die Bestandteile der Steckbriefe auch selbst wählen.

²⁰ Nach einer Idee von Kerstin Beyer, Berlin.

Im Klassenraum werden die Systemsätze zum Legen der gewählten Zahl und die unterschiedlichen Zahlenkartensätze zum Zerlegen und Aufeinanderlegen der Zahlen sowie das Rechengeld bereitgestellt. Nachdem die Materialien möglichst strukturiert gezeichnet wurden, wird die Zahl mit ihren Nachbarzahlen auf dem Zahlenstrahl eingezeichnet und anschließend Rechenaufgaben mit der Zahl gesucht.

Zahlensteckbrief der 111 von Philippa

Lege deine Zahl mit Hunderterquadraten, Zehnerstangen und Einerwürfeln. Male auf, was du gelegt hast.	
Lege die Zahl mit dem Zahlenkartensatz und schreibe die Rechnung auf.	$100 + 10 + 1 = 111$
Lege deine Zahl mit Rechengeld. Zeichne die Zahl mit Geldscheinen und Münzen.	
Ermittle die Nachbarzahlen auf dem Zahlenstrahl.	$110 \quad 111 \quad 112$
Ermittle die Nachbarzehner auf dem Zahlenstrahl.	$100 \quad 110 \quad 120$
Ermittle die Nachbarhunderter auf dem Zahlenstrahl.	$0 \quad 100 \quad 200$
Ermittle die Position deiner Zahl auf dem Zahlenstrahl.	$0 \quad 111 \quad 500 \quad 1.000$
Male deine Zahl in das Hunderterfeld. Hunderter (blau) Zehner (rot) und Einer (grün)	
Finde mindestens 5 Plusaufgaben mit deiner Zahl als Ergebnis.	$100 + 11 = 111 \quad 40 + 71 = 111$ $30 + 26 = 111 \quad 100 + 10 + 1 = 111$
Finde mindestens 5 Minusaufgaben mit deiner Zahl als Ergebnis.	$111 - 0 = 111 \quad 111 - 0 = 111$ $112 - 1 = 111 \quad 113 - 2 = 111$
Ergänze deine Zahl auf 1000.	$111 + 889 = 1.000$

Zahlensteckbrief der 34 von Vinette

Lege deine Zahl mit Zehnerstangen und Einerwürfeln. Male auf, was du gelegt hast.	
Lege die Zahl mit dem Zahlenkartensatz und schreibe die Rechnung auf.	$30 + 4 = 34$
Lege deine Zahl mit Rechengeld. Zeichne die Zahl mit Geldscheinen und Münzen.	
Ermittle die Nachbarzahlen auf dem Zahlenstrahl.	$33 \quad 34 \quad 35$
Ermittle die Nachbarzehner auf dem Zahlenstrahl.	$30 \quad 34 \quad 40$
Ermittle die Position deiner Zahl auf dem Zahlenstrahl.	$0 \quad 100 \quad 50 \quad 100$
Male deine Zahl in das Hunderterfeld. Zehner (rot) und Einer (grün)	
Finde mindestens 5 Plusaufgaben mit deiner Zahl als Ergebnis.	$29 + 5 = 34 \quad 30 + 4 = 34 \quad 37 + 3 = 34$ $32 + 2 = 34 \quad 33 + 1 = 34$
Finde mindestens 5 Minusaufgaben mit deiner Zahl als Ergebnis.	$40 - 6 = 34 \quad 39 - 5 = 34 \quad 38 - 4 = 34$ $37 - 3 = 34 \quad 36 - 2 = 34$
Ergänze deine Zahl auf 100.	$34 + 66 = 100$

AUSWERTUNG

Das Kind mit der kleinsten Zahl beginnt. Alle Steckbriefe können von der Lehrerin oder dem Lehrer zu einem Buch „Zahlensteckbriefe der Klasse“ zusammengestellt werden. In den folgenden Mathematikstunden können in der Kopfrechenphase Zahlen mit Hilfe des „Zahlensteckbriefbuches“ als Rätsel gesucht werden.

Wie kann es weitergehen?

Für die Kopfrechenphase können die Kinder eigene Zahlenrätsel entwickeln, in ihre Forscherhefte schreiben und den anderen Kindern zur Lösung vorlegen.

Zahlensteckbrief der 7 von VIKTORIA

Male so viele Dinge, dass sie deine Zahl ergeben.	
Zeichne für deine Zahl eine Strichliste.	
Male so viele Kreise an und schreibe deine Zahl in das Hunderterfeld.	
Zeichne deine Zahl mit ihren Nachbarn auf den Zahlenstrahl.	$5 \quad 6 \quad 7 \quad 8$
Male auf, wie du deine Zahl mit roten und blauen Plättchen legen kannst. Schreibe die Plusaufgabe dazu.	 $7 + 0$ $6 + 1$ $5 + 2$ $4 + 3$

Abb. 8 a,b,c:
Zahlensteckbriefe

2.4 Substanzielle Aufgabenformate

Der Begriff „Substanzielle Aufgabenformate“ wird von NÜHRENBÖRGER verwendet und ist vergleichbar dem Begriff der Lernumgebung. Substantielle Aufgabenformate eignen sich in besonderer Weise für den jahrgangsübergreifenden Mathematikunterricht, weil sie ein zeitgleiches Arbeiten auf verschiedenen Anforderungsniveaus und in verschiedenen Zahlenräumen ermöglichen. Sie tragen der Leistungsheterogenität Rechnung, weil sie ein breites Spektrum an unterschiedlichen Anforderungen und Schwierigkeiten abdecken. Die Aufgabenformate bestehen in der Regel aus einem Leerraster (z. B. Zahlenmauer), in dem Zahlen nach festgelegten Regeln verknüpft werden. Es gilt, Strukturen und Regeln aufzuspüren und nutzbar zu machen. Dabei werden inhaltliche und allgemeine mathematische Kompetenzen angewendet. Substantielle Aufgabenformate eröffnen Lernchancen durch:

Anforderungsniveau

- Verstehen und beschreiben der Regel, nach der Zahlen eingetragen sind
- Erarbeiten der zentralen Begriffe
- Anwenden der Regel in Eigenproduktionen

Zu jedem Aufgabenformat gibt es Begriffe, die eine fachgerechte, zielführende Kommunikation erleichtern. Diese Begriffe sind auf Wortkarten oder Plakaten – möglichst gestützt durch Piktogramme – im Klassenraum temporär präsent. Übungen mit Satzmustern zur Beschreibung von Veränderungen sind ebenfalls sinnvoll. Eine besondere Herausforderung stellt die Notation der Aufgaben in den Forscherheften dar: Einige Leerformate sind für Kinder schwer zu zeichnen. Entlastung bietet dabei das Einkleben von fertigen Rastern, die Nutzung von Zeichenschablonen oder das Unterlegen von Vorlageblättern, die abgepaust werden können. Langfristig sollten die Kinder jedoch lernen, auch gehobene Anforderungen an die zeichnerische Darstellung selbstständig zu bewältigen. Der Vergleich mit Arbeiten aus den Vorjahren kann genutzt werden, um Lernfortschritte sichtbar zu machen.

Klärung des Wortschatzes

Substanzielle Aufgabenformate sind:

- Zahlenmauern,
- Zerlegungshäuser,
- Rechendreiecke,
- Zauberdreiecke,
- Zauberquadrate,
- Rechenkettens (Rechenzüge),
- Zahlengitter,
- Häuserreihen,
- Strukturierte Päckchen (Schöne Päckchen, Erfinderpäckchen).



Zahlenmauern

Kompetenzen:

- Grundrechenarten anwenden
- Problemlösen
- kommunizieren
- argumentieren
- Strukturen und Gesetzmäßigkeiten erkennen, begründen, anwenden

Aufgabe:

Erfinde Zahlenmauern.

Finde verschiedene (alle) Mauern zu den gleichen Basissteinen.

Materialien: Lego-Steine, DIN-A5-Blätter, Legeplatten, Plättchen o. ä., Zeichenschablonen, Karten mit farbiger Punktedarstellung (je eine Farbe pro Zahl); Legeplatten mit zwei und drei Grundsteinen; Fotos; Zahlenmauerpuzzles

Worum geht es?

*Konkrete Handlung
und symbolische
Ebene*

Wichtig für die Arbeit mit Zahlenmauern im jahrgangsübergreifenden Unterricht ist es, das Material so anzubieten, dass die Aufgaben sowohl auf der Ebene der konkreten Handlung mit Material als auch auf der symbolischen Ebene und unter Zuhilfenahme der Gesetzmäßigkeiten bearbeitet werden können.

Um die Kommunikation zu erleichtern, sollten die folgenden Wörter zum Wortschatz der Kinder gehören bzw. geklärt werden: oben, unten, rechts, links, Stein, Zahlenmauer, Basisstein, Mittelstein, Deckstein (Zielstein), Reihe, Summe. Zuerst lernen die Kinder die Gesetzmäßigkeiten von Zahlenmauern kennen.

Wie kann man vorgehen?

EINSTIEG

*Kennenlernen
der Arbeitsidee*

Ausgehend von dem konkreten Bauen einer stabilen Mauer aus Lego-Steinen (Bauregel: „Stein auf Lücke“) wird ein Zahlenmauer-Leerformat, von schulfahrenden Kindern vorgestellt erklärt. In zwei benachbarte Basissteine wird eine Anzahl Plättchen gelegt, deren Summe von den anderen Schülerinnen und Schüler benannt und mit Plättchen im aufliegenden Stein dargestellt wird.

GRUPPENARBEIT

Gemeinsam werden Vorgehensweisen formuliert und die Mauer vervollständigt (Abb. 9). In einem analogen Leerformat übersetzen die Kinder die mit Plättchen gelegte Zahlenmauer in Zahlen. Im Anschluss erfinden die Kinder eigene Zahlenmauern im Forscherheft oder legen sie mit Plättchen.

AUSWERTUNG

Haben die Kinder das Prinzip der Zahlenmauern verstanden, werden ihnen drei Zahlenmauern mit gleichen Basissteinen, aber verschiedenen Deckstei-

nen für Entdeckungen präsentiert. Ziel ist es zu erkennen, dass die Anordnung der Basissteine auf das Ergebnis im Deckstein Einfluss hat. Anschließend erforschen die Kinder, wie viele verschiedene Mauern es gibt.

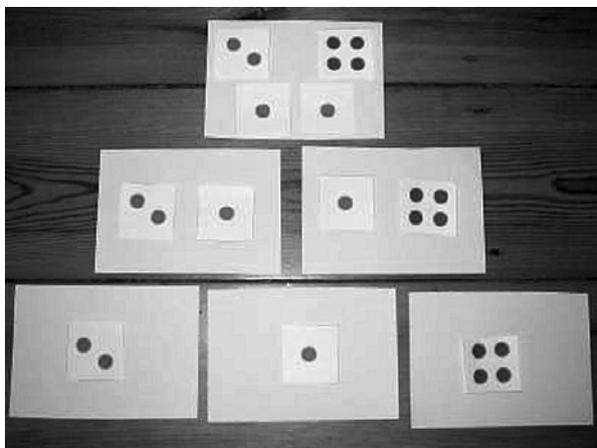


Abb. 9:
Karten mit Punktdarstellung

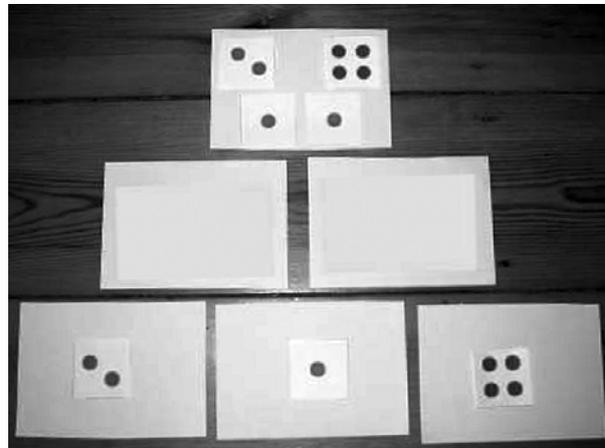


Abb. 10:
Zahlenmauer ohne Zwischensteine

Wie kann es weitergehen?

Die Kinder können weitere Aufgaben mit Zahlenmauern bearbeiten. Hier einige Beispiele:

Wähle drei Basissteine. Finde alle verschiedenen Mauern und bestimme die Decksteine

Denke dir zwei Mittelzahlen und vervollständige die Zahlenmauer nach oben und unten.

Denke dir eine Zahl für den Deckstein und bestimme die Basissteine.

Finde verschiedene Zahlenmauern mit dem Deckstein 10 (100).

Finde Zahlenmauern mit ungeradem Deckstein

Finde Zahlenmauern mit geradem Deckstein.

Erforsche Zahlen in deiner Umgebung. Schreibe und male sie in dein Forscherheft.

Erfinde eine Zahlenmauer und bestimme ihren Deckstein. Erhöhe alle Basissteine um eins. Erkläre, was mit dem Deckstein passiert.

2.5 Einmaleinswerkstatt

Erfahrungen im Handeln sammeln

Die Bedeutung des Wortes mal kennen die Kinder aus der Alltagssprache. „Ich war dreimal bei meiner Oma.“ bedeutet hierbei das wiederholte Tun derselben Handlung. In Bezug auf Mengen bedeutet „mal“ das wiederholte Hinzufügen der gleichen Anzahl. Wesentliche Voraussetzung für die Multiplikation ist das Verständnis des Kardinalzahlbegriffs (Vorstellung von der Größe einer Menge). Im Gegensatz zur Addition, wo beide Summanden Mengen darstellen, müssen die Kinder bei der Multiplikation erkennen, dass der erste Faktor Informationen darüber gibt, wie oft die Menge vorkommt.

Die Einmaleinswerkstatt bietet vielfältige Möglichkeiten, dies handelnd zu erfahren. Die Multiplikation als verkürzte Addition gleicher Summanden bietet den Vorteil des schnelleren Aufschreibens. Durch einfache Beispiele kann das leicht deutlich gemacht werden. Um das Verstehen der mathematischen Operation zu erleichtern, hat das Ergebnis einer Malaufgabe eine nachgeordnete Bedeutung. Wenn Kinder die Aufgaben dennoch lösen wollen, sollten sie nicht daran gehindert werden. Wichtig ist, die Kinder bei der Werkstattarbeit immer wieder aufzufordern ihr Tun zu beschreiben.

Im jahrgangsgemischten Unterricht arbeiten die Kinder mindestens zweimal, jeweils am Anfang des Kalenderjahres in der Malwerkstatt. Dieses kommt den Kindern zugute, die einen längeren Zeitraum zur Erarbeitung des „mal“-Begriffs brauchen. Da das Angebot in der Einmaleinswerkstatt sehr reichhaltig ist, können bei jedem Durchgang andere Aktivitäten ausgesucht werden.

Netzwerk für das Einmaleins

Die Aufgaben des Einmaleins werden ganzheitlich erarbeitet und nicht einzeln nach Einmaleinsreihen. Die Kinder erlangen Sicherheit, indem sie das Einmaleins als ein Netzwerk aufbauen. Dadurch können sie jederzeit Resultate von Einmaleins-Aufgaben herleiten, die sie nicht mehr oder noch nicht kennen. Sie tun dies mit Hilfe der folgenden Strategien, die sie spontan gebrauchen:

- vertauschen: $5 \cdot 6$ und $6 \cdot 5$
- verdoppeln: $2 \cdot 7$ und $4 \cdot 7$
- halbieren: $10 \cdot 7$ und $5 \cdot 7$
- eins weiter: $3 \cdot 7 = 2 \cdot 7 + 1 \cdot 7$
- eins weniger: $9 \cdot 7 = 10 \cdot 7 - 1 \cdot 7$

Grundaufgaben der Multiplikation

Kinder, die im nächsten Schuljahr voraussichtlich die 3. Jahrgangsstufe besuchen werden, erarbeiten sich im Anschluss an die Einmaleinswerkstatt individuell in ihrem Tempo die einzelnen Mal-Reihen im Forscherheft. Sie müssen die Grundaufgaben der Multiplikation am Ende des Schuljahres automatisiert haben. Grundaufgaben sind:

- Zweimal (verdoppeln)
- Fünfmal
- Zehnmal
- Quadratzahlen-Aufgaben

Automatisieren bedeutet die Ergebnisse der Grundaufgaben blitzartig nennen zu können.

In einem sogenannten Einmaleinsführerschein wird das Können dokumentiert, z. B. durch Aufzählen der Reihe, Lösen vorgegebener Aufgaben und Nennen der Aufgabe bei Vorgabe des Ergebnisses.

Einmaleinsaufgaben

Kompetenzen:	Aufgabe:
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Malaufgaben anwenden ▪ multiplizieren ▪ Multiplikation als verkürzte Addition anwenden 	<div style="border: 1px dashed gray; border-radius: 15px; padding: 10px; width: fit-content; margin: auto;"> Schreibe alle Malaufgaben auf, die du schon kennst. </div>
Materialien: Forscherheft, Schreibutensilien, Aufgabenetikett	



Worum geht es?

Durch die offene Aufgabenstellung „Schreibe alle Malaufgaben auf, die du schon kennst“, werden die Kinder herausgefordert, ihr Vorwissen zum Thema einzubringen. Einige Schulanfängerinnen und Schulanfänger verfügen durch ältere Geschwister oder durch den täglichen Sprachgebrauch (Mach das dreimal.) bereits über Vorwissen.

Von den Vorerfahrungen ausgehen

Wie kann man vorgehen?

Flächen, die als Einmaleinsaufgaben zu deuten sind, können in jedem Klassenraum gefunden werden. Schülerinnen und Schüler erhalten den Auftrag, nach solchen Flächen zu suchen und die dazugehörigen Malaufgaben und Plusaufgaben in ihr Forscherheft zu schreiben. Wenn die Möglichkeit besteht, ist ein Besuch im Supermarkt sehr ergiebig. Die Aufgabe eignet sich auch als Hausaufgabe.

Entwickeln von Handlungs- und Bildvorstellungen

Plus- und Malaufgaben

Kompetenzen:	Aufgabe:
<ul style="list-style-type: none"> ▪ multiplikative Strukturen herstellen ▪ multiplikative Strukturen entdecken (Schneckenaufgaben) ▪ Plusaufgaben und Malaufgaben gegenüberstellen (Mäuseaufgaben) ▪ kommunizieren ▪ argumentieren 	<div style="border: 1px dashed gray; border-radius: 15px; padding: 10px; width: fit-content; margin: auto;"> Siehe Einmaleinswerkstatt </div>
Materialien: siehe Tabelle Werkstattangebote	



Worum geht es?

Das Arbeiten in der Einmaleinswerkstatt unterstützt die Entwicklung von Handlungs- und Bildvorstellungen zur Multiplikation, die wichtig sind, um Anwendungen später bewältigen zu können. Viele Schulanfängerinnen und Schulanfänger verfügen schon bei Schuleintritt über Erfahrungen zu multiplikativen Strukturen. Es ist zu beobachten, dass das Arbeiten in der Einmaleinswerkstatt viele Kinder im ersten Schulbesuchsjahr bei ihrer Entwicklung der Zahlvorstellung großer Zahlen bis 100 unterstützt. Da die meisten Kinder der Schulanfangsphase die Einmaleinswerkstatt zweimal bearbeiten, prägt sich das Operationsverständnis zur Multiplikation besser aus.

Wie kann man vorgehen?

EINSTIEG

Den Kindern wird Verpackungsmaterial präsentiert. Sie werden aufgefordert, die dazugehörige Plusaufgabe (Schneckenaufgabe) und Malaufgabe (Mäuseaufgabe) zu nennen. Anschließend wird das Arbeiten in der Einmaleinswerkstatt vorgestellt. Der Arbeitsauftrag steht auf farbigen Klappkarten (Abb. 11) und bereit gelegten Aufgaben-Etiketten.

PARTNERARBEIT

In der Einmaleinswerkstatt wird an den unten aufgeführten Angeboten gearbeitet. Jedes Kind sollte mindestens mehrere Aktivitäten mit verschiedenen Partnerinnen und Partnern durchführen. Die unterschiedlichen Aktivitäten sind als Angebote gedacht. Lehrkräfte und Schülerinnen und Schüler können eine Auswahl treffen.

AUSWERTUNG

Am Ende der Stunde stellt jedes Kind kurz vor, mit welchen Werkstattangeboten es gearbeitet hat, mit wem es gearbeitet hat und ob es mit seiner Arbeit zufrieden ist. Die anderen Kinder geben Tipps, wie es beim nächsten Mal besser gelingen kann.



Abb. 11:
Nagelbrett mit Arbeitsauftrag aus der Einmaleins-Werkstatt

Werkstattangebote

Offene Aufgaben	Materialien
<p>Malfelder stempeln</p> <p>Stempel Malfelder in dein Heft. Schreibe die Plus- und die Malaufgabe dazu. Wie viele Bilder hast du insgesamt gestempelt?</p>	<p>Stempelmotive Stempelkissen</p>
<p>Mit Stecknadeln Stachelkakteen stecken</p> <p>Stecke einen Stachelkaktus mit höchstens zehn Stecknadeln. Stecke dieses Exemplar mehrere Male nach. Zeichne die Stachelkakteen in dein Heft. Schreibe die Plus- und die Malaufgabe dazu. Wie viele Stacheln haben deine Kakteen insgesamt?</p>	<p>Korken Stecknadeln</p>
<p>Mit Korken drucken</p> <p>Drucke mit Korken verschiedene Malbilder. Schreibe die Plus- und die Malaufgabe dazu. Wie viele Abdrucke hast du hergestellt?</p>	<p>Wasserfarbenkasten ca. 4 Pinsel Korken</p>
<p>Auf dem Nagelbrett gleiche Anzahlen Nägel umspannen (Abb. 11)</p> <p>Spanne um höchstens zehn Nägel einen Gummiring. Mache das mehrere Male. Zeichne die mit dem Gummiring umspannten Nägel ins Heft. Schreibe die Plus- und die Malaufgabe dazu. Wie viele Nägel hast du insgesamt umspannt?</p>	<p>100er Nagelbrett oder Noppenbretter Gummiringe</p>
<p>Gleiche Bauwerke bauen</p> <p>Baue mit höchstens 10 Bauklötzen ein Bauwerk. Baue das gleiche Bauwerk mehrere Male. Zeichne die Bauwerke in dein Heft. Schreibe die Plus- und die Malaufgabe dazu. Wie viele Bauklötze hast du verbaut?</p>	<p>ca. 100 geometrische Würfel</p>
<p>Holzstapel mit Rechenstäbchen legen</p> <p>Lege immer die gleiche Anzahl Rechenstäbchen auf einen Haufen. Male die Holzstapel in dein Heft. Schreibe die Plus- und die Malaufgabe dazu. Wie viele Rechenstäbchen hast du gelegt?</p>	<p>Rechenstäbchen</p>
<p>Nüsse verpacken</p> <p>Verpacke immer die gleiche Anzahl Nüsse in Tüten. Male die Tüten mit den Nüssen in dein Heft. Schreibe die Plus- und die Malaufgabe dazu. Wie viele Nüsse hast du insgesamt verpackt?</p>	<p>Nüsse Tüten</p>

<p>Malketten herstellen</p> <p>Ziehe helle Perlen auf einen Faden. Ziehe danach die gleiche Anzahl dunkler Perlen auf, dann wieder helle und so weiter. Male die Kette in dein Heft. Schreibe die Plus- und die Malaufgabe dazu Wie viele Perlen hast du insgesamt aufgezogen?</p>	<p>helle und dunkle Perlen</p>
<p>Malfelder aus kariertem oder gepunktetem Papier ausschneiden</p> <p>Schneide Malfelder deiner Wahl aus. Klebe sie in dein Heft. Schreibe die Plus- und die Malaufgabe dazu. Wie viele Quadrate/Punkte hast du insgesamt ausgeschnitten?</p>	<p>kariertes Papier DIN-A 4 Punktepapier DIN-A 4</p>
<p>20 Spielwürfel werfen</p> <p>Lege die Würfel mit den gleichen Augenzahlen zusammen. Male die gleichen Würfelbilder ab. Schreibe die Plus- und die Malaufgabe dazu.</p>	<p>20 Spielwürfel</p>
<p>Mini-Kniffel – ein Würfelspiel</p> <p>Bei diesem für Kinder sehr motivierenden Würfelspiel wird die Entwicklung von Handlungsvorstellungen zur Multiplikation unterstützt. Auch Kinder, die noch keine multiplikativen Vorstellungen entwickelt haben; können dieses Spiel spielen</p> <p>Ein Spiel besteht aus sechs Runden, wobei jedes Kind in jeder Runde einmal an die Reihe kommt und eine Zeile auf der Zählkarte ausfüllt. Ziel einer Runde ist es, möglichst viele Würfel mit gleicher Augenzahl zu sammeln.</p> <p>Wenn ein Kind an der Reihe ist, würfelt es mit allen fünf Würfeln. Es lässt die Würfel mit gleicher Augenzahl liegen und würfelt höchstens noch zweimal.</p> <p>Dann schreibt es seine Punkte als Plus- und als Malaufgabe auf. Es zählen nur die Würfel, die die Augenzahl in der entsprechenden Zeile der Zählkarte zeigen. Dann ist das nächste Kind an der Reihe.</p> <p>Nach sechs Runden rechnet jedes Kind seine Punkte zusammen. Gewonnen hat das Kind, welches die meisten Punkte sammeln konnte.</p>	<p>5 Würfel 1 Würfelbecher pro Kind eine Zählkarte</p>



Geschlossene Aufgaben	Materialien
<p>Zu vorgegebenen Malbildern Aufgaben erstellen</p> <p>Schreibe die Plus- und Malaufgabe zu den Malbildern ins Heft. Rechne die Aufgaben aus. Kontrolliere dich selbst.</p>	<p>vorgegebene Malbilder</p>
<p>Knöpfe sortieren</p> <p>Sortiere die Knöpfe nach ihren Löchern. Wie viele 2-Loch- und 4-Loch-Knöpfe findest du? Male die Knöpfe mit der gleichen Lochzahl in dein Heft. Schreibe die Plus- und die Malaufgabe dazu. Bestimme die Lochzahl aller Knöpfe.</p>	<p>Knöpfe mit zwei Löchern Knöpfe mit vier Löchern</p>
<p>Quartett suchen</p> <p>Suche vier passende Karten.</p>	<p>Quartette aus verschiedenen Malbildern, Mal- und Plusaufgaben sowie Ergebnissen</p>
<p>Punktekartchen legen</p> <p>Suche dir einen Partner. Lege deinem Partner mit den Punktekartchen eine Aufgabe. Einer sagt die dazugehörige Plusaufgabe. Der andere sagt die dazugehörige Malaufgabe. Danach legt dein Partner dir eine Aufgabe.</p>	<p>jeweils zehn Punktekartchen zu einer Punktmenge von 1-10</p>
<p>Schatztruhe plündern</p> <p>Nimm das Geld aus der Schatztruhe. Sortiere die Münzen nach ihrem Wert 2 Cent-, 5 Cent- und 10 Cent-Münzen. Rubble oder male immer die gleichen Münzen in dein Heft. Schreibe die Plus- und die Malaufgabe dazu. Wie viel Geld ist insgesamt in der Schatztruhe?</p>	<p>Kästchen mit mehreren 2 Cent-, 5 Cent- und 10 Cent-Münzen</p>
<p>Rechengeschichten zur Multiplikation erfinden</p> <p>Schreibe den Text in dein Forscherheft. Zeichne ein Bild dazu. Finde die passende Plus- und Malaufgabe und die Antwort auf die Frage.</p>	<p>Beispielaufgabe: Auf der Wiese stehen drei Pferde. Wie viele Hufe stehen auf dem Gras?</p>
<p>Muster-Malbücher</p> <p>Ziel dieses Vorhabens ist es, Muster und Strukturen in Hundertertafeln bzw. Zweihundertertafeln sichtbar zu machen, sie zu vergleichen und zu nutzen</p> <p>Die Kinder bekommen ein Blatt mit Hundertertafeln bzw. Zweihundertertafeln, kleben die Tafeln zu einem langen Streifen zusammen und falten daraus ein Leporello. In jeder Tafel werden Felder farbig ausgemalt, indem die Kinder entweder fortgesetzt zählend immer wieder die gleiche Zahl addieren oder die Ergebniszahlen der Einmaleinsreihen (kleines oder großes Einmaleins) anmalen.</p>	<p>Hundertertafeln DIN-A 6 Zweihundertertafeln DIN-A 6 Farbstifte</p>

Sobald ein Muster eindeutig erkennbar ist, braucht nicht mehr gezählt oder gerechnet zu werden, das Muster wird einfach fortgesetzt.

Zum Anmalen kann man die Montessori-Farben benutzen. Anschließend werden die Leporellos zu einem Büchlein zusammengeklebt und mit einem Umschlag versehen (Abb. 12 a/ b). Die Aufgabe ist zusätzlich eine gute Wiederholungsübung zur Orientierung in der Hundertertafel (Zeilensprung, geschicktes Addieren von Zahlen).

Einige Kinder finden es faszinierend, dass sie mit Hilfe ihrer Bücher die Ergebnisse von Malaufgaben bestimmen können, üben das in Partnerarbeit und verstehen so das Prinzip der Reihen des Einmaleins. Andere Kinder sind stolz darauf, die ersten Erfahrungen mit dem großen Einmaleins gesammelt zu haben.

Durch Quer-, Längs-, Diagonalstriche oder Kreise werden verwandte Einmaleinsreihen in einer Hundertertafel markiert (Sieb des Eratosthenes).

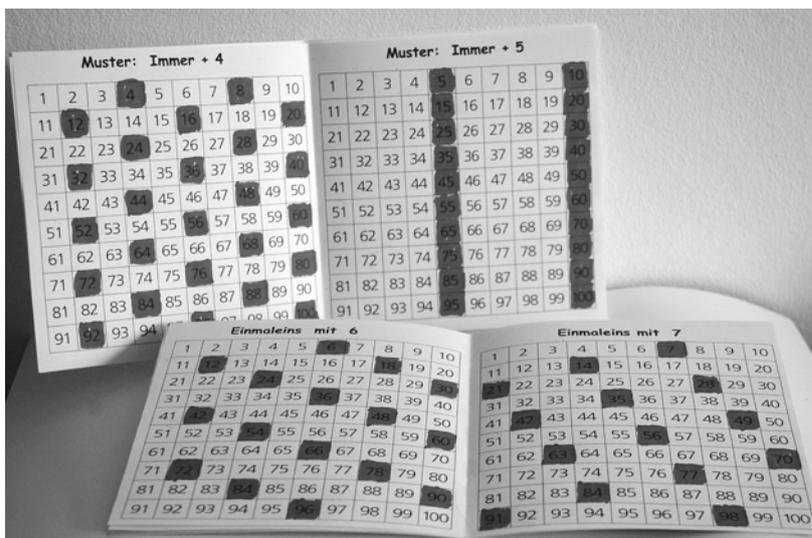


Abb.12 a und b:
Einmaleins-Buch

Einfache Tabellen



Kompetenzen:	Aufgabe:
<ul style="list-style-type: none">▪ Daten erfassen, aufbereiten und darstellen▪ Zahlen darstellen, bündeln, vergleichen▪ aus Bildern, Schaubildern und Diagrammen Informationen entnehmen und dazu Aussagen treffen▪ kommunizieren▪ argumentieren	<p>Lege dein Plättchen zu dem Bild, das dein Lieblingsfach der Schule zeigt.</p> <p>Ordne die Plättchen so, dass die Anzahl auf einen Blick erkennbar ist.</p> <p>Was bedeutet es, wenn viele (wenige) bei einem Bild liegen?</p>
Materialien: Wendeplättchen oder anderes Legematerial; Notizzettel; Bilder/Piktogramme zu den Unterrichtsfächern	

Worum geht es?

Der Rahmenlehrplan Mathematik rückt das Themenfeld „Daten und Zufall“ auch in der Schulanfangsphase mehr in den Blickpunkt. Das Erheben von Daten begleitet die Klasse durch das gesamte Schuljahr. So werden die Kinder zunehmend sicher beim Erstellen und Lesen von Diagrammen. Bei der Erhebung der Daten werden verschiedene Darstellungsweisen genutzt, die in Hinblick auf die zu entnehmenden Informationen ausgewertet werden. Das Ermitteln, Darstellen und Auswerten von Daten lässt die Kinder Einsicht gewinnen, wie Ergebnisse verschiedener Untersuchungen vergleichbar gemacht werden können. Im Mittelpunkt stehen dabei das Erstellen von Strichlisten, Diagrammen und Grafiken sowie das Entnehmen von Informationen.

Vergleichbare Daten

Wie kann man vorgehen?

In der Forscherrunde werden Piktogramme von Unterrichtsfächern vorgestellt. Anschließend legen die Kinder jeweils ein Plättchen neben das Piktogramm mit ihrem Lieblingsfach ab. Die Plättchen neben den Piktogrammen sollen so angeordnet werden, dass die Anzahl auf einen Blick erkennbar sind (Fünfer-, Zehnerbündelung oder Würfelbilder). Im Anschluss treffen die Kinder Aussagen zur Gesamtdarstellung. Sie stellen fest, welches Unterrichtsfach in der Klasse am meisten und welches am wenigsten gewählt wurde und diskutieren, weshalb das so ist. Die Ergebnisse werden anschließend als Strichliste im Forscherheft festgehalten.

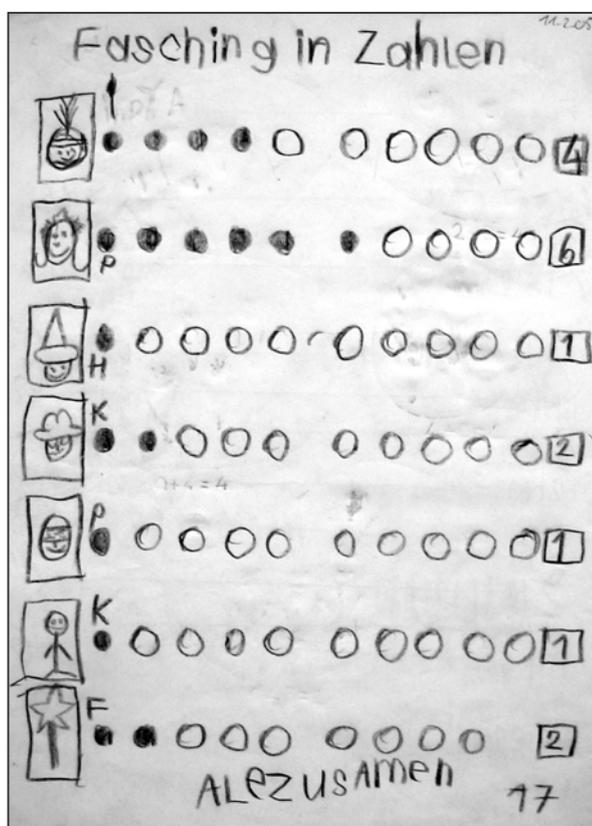
Von den Plättchen zur Strichliste

Wie kann es weitergehen?

Für die Art der Datendarstellung lässt sich zu fast jedem Sachunterrichtsinhalt eine Aufgabenstellung finden. Immer wieder interessant ist die Verteilung der Geburtstage im Jahr.

Dafür werden der Klasse werden die Viertel eines Kreises als Darstellung der vier Jahreszeiten präsentiert. Jedes Kind legt ein Plättchen auf die Jahreszeit, in der es geboren ist. Im Anschluss wird festgestellt, wie viele Kinder der Klasse im Frühjahr, Sommer, Herbst und Winter geboren wurden. Um zu überprüfen, ob die Plättchen auf das richtige Jahreszeitenviertel abgelegt wurden, werden Monatsbilder den Jahreszeiten zugeordnet. Die Kinder legen nun ein Plättchen auf ihren Geburtsmonat ab. Bei den Monaten Juni, September, Dezember und März ist es wichtig zu wissen, wo genau der Geburtstag liegt, um bestimmen zu können, in welche Jahreszeit dieser fällt. Durch Addition der Plättchen wird zum Schluss kontrolliert, ob die Gesamtsumme der am Anfang ermittelten Plättchensumme der betreffenden Jahreszeiten entspricht.

Mathematik und
Sachunterricht



Erfahrungsgemäß schlagen die Kinder selbst Fragestellungen vor, wenn sie dazu ermutigt werden; z. B.; Lieblingsfarbe, Hobbys, Anfangsbuchstaben der Kindernamen, Anzahl der Buchstaben/Silben im Namen, Essen, Spielzeug, Fernsehsendungen, Schuhgröße, Verkehrszählungen, Haustiere, Leseverhalten.

Auch das Faschingsfest eignet sich gut zum Erstellen einer Tabelle. An der Tafel werden mit Piktogrammen alle Kostüme oder Spiele der Faschingsparty untereinander dargestellt. Jedes Kind bekommt einen Magneten und heftet ihn neben das Piktogramm, das zu seinem Lieblingskostüm bzw. seinem Lieblingsspiel passt. (Abb. 13).

Abb. 13:
Faschingstabelle

Strichlisten in Tabellen



Kompetenzen:

- Daten erfassen und aufbereiten
- Zahlen darstellen, bündeln, vergleichen
- aus Bildern, Schaubildern und Diagrammen Informationen entnehmen und dazu Aussagen treffen
- kommunizieren
- darstellen
- argumentieren

Aufgabe:

Lege dein Plättchen zu dem Bild, das dein Lieblingsfach in der Schule zeigt.

Ordne die Plättchen so, dass die Anzahl auf einen Blick erkennbar ist.

Was bedeutet es, wenn viele (wenige) bei einem Bild liegen?

Materialien: Flipchartpapier; Flipchartmarker oder andere dicke Stifte

Worum geht es?

„Strichzahlen“, Fünfer- und Zehner-Bündelung kennen die Kinder bereits. Im Folgenden geht es darum, Tabellen zu zeichnen und sich darin zu orientieren.

Tabellen als Gesprächsanlass

Wie kann man vorgehen?

EINSTIEG

Die Kinder sitzen im Doppelhalbkreis vor der Tafel. Ein vorbereitetes Flipchartpapier, auf dem eine Tabelle und der Inhalt der Datenerhebung in Wort und Piktogramm zu sehen ist, befindet sich an der Tafel. Die schulerfahrenen Kinder erklären, was dargestellt werden soll und was hierfür zu tun ist. Jedes Kind setzt einen Strich in die zutreffende Spalte (Abb. 14). Fehlende Bündelungen durch Querstiche sind ein willkommener Lernanlass. Die Darstellung muss verändert werden, um die Anzahl auf einen Blick erkennen oder durch geschicktes Zählen ermitteln zu können.

GRUPPENARBEIT

Anschließend werden die Strichzahlen in Ziffernschreibweise übersetzt. Die Anzahl der dargestellten Striche muss mit der Anzahl der anwesenden Kinder übereinstimmen (Abb. 14). Taucht eine Differenz auf, wird geklärt, woran dieses liegen kann und es werden gegebenenfalls Korrekturen vorgenommen. Gemeinsam werden Behauptungen aufgestellt, die mit Hilfe des Plakates überprüft bzw. nicht überprüft werden können. Für Eltern, Kinder und auch Lehrkräfte bieten die aufgehängten Plakate viele Gesprächsanlässe.

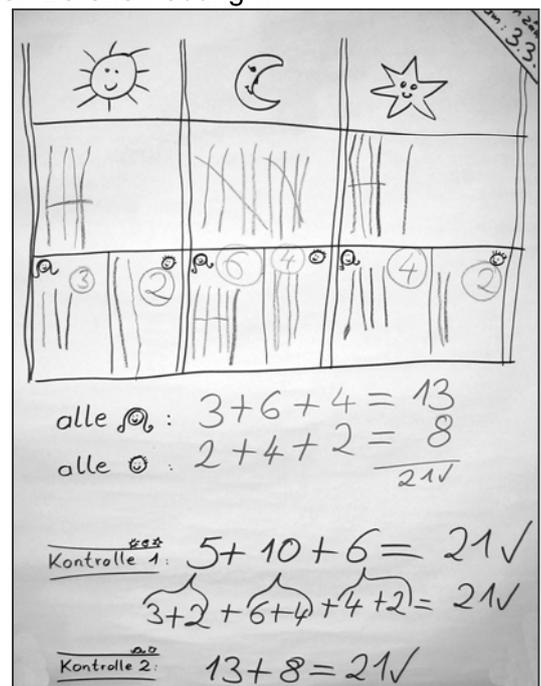


Abb. 14: Tabelle mit Strichlisten

Wie kann es weitergehen?

Fragen und
Antworten
zur Tabelle

Im Laufe der Zeit werden Darstellungen und Anforderungen zunehmend komplexer: Die Tabellen bekommen mehr Zeilen und Spalten (Abb.16 und 17). Auf dem Plakat werden die Auswertungen zum Teil dokumentiert. Die Kinder formulieren und notieren zu der vorgegebenen Fragestellung selbstständig alle möglichen Antworten oder sie entwickeln selbstständig eine Fragestellung, mögliche Antworten und eine passende Tabelle. Das Beispiel in Abb. 16 zeigt eine Fragestellung der Kinder, nachdem die Erstsprache erfragt wurde.

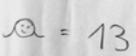
Mädchen 	Jungen 
$5 + 5 + 2 = 12$  = 13	$14 = 7 \cdot 2$
$13 + 8 = 21$	

Abb. 15
Strichlisten: Jungen und Mädchen

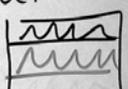
		
11	2	7 8
$11 + 2 + 8 = 21$		

Abb. 16
Strichlisten: Meine wichtigste Sprache

zum Zahnarzt:	nicht zum Zahnarzt
13	13
$13 + 8 = 21$	

Ich war beim Zahnarzt
Edelmütze/Gaube

Abb. 17
Strichlisten: Zahnarzt

Säulendiagramme



Kompetenzen	Aufgabe
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Daten erfassen ▪ Daten im Säulendiagramm darstellen ▪ Daten sachgerecht interpretieren ▪ verschiedene Darstellungen miteinander vergleichen 	<p>Stelle die Anzahl der Kinder der Familien in einem Säulendiagramm dar.</p>
<p>Das wird benötigt: Magnete; Plättchen, Legosteine, Bauklötze; quadratische Notizblockzettel; Flipchartpapier; Flipchartmarker oder andere dicke Stifte</p>	

Worum geht es?

Das Beispiel „Kinder in unseren Familien“ ist Bestandteil einer fächerübergreifenden Unterrichtssequenz zum Thema Familie. Im Vergleich zur Darstellung von Daten mit Plättchen und Strichlisten stellt die Datendarstellung im Säulen- oder Streifendiagramm eine abstraktere Form dar, weil die einzelnen Teile der „Säule“ oder des „Streifens“ nicht mehr erkennbar sind. Die dargestellte Anzahl wird mittels einer Skala abgelesen.

Entwicklung einer Datenskala

Wie kann man vorgehen?

EINSTIEG

Um eine Darstellung von der Anzahl der Kinder in den einzelnen Familien zu erhalten, legt jedes Kind einen Bauklotz neben das entsprechende Zahlzeichen und kommentiert: „In meiner Familie gibt es X Kinder.“ Die so entstandenen Säulen aus gleich hohen Elementen werden betrachtet und ausgewertet (Abb. 18). Alternativ zu den Bausteinen können auch Lego- oder Duplosteine benutzt oder Perlen auf Stäbe gesteckt werden.

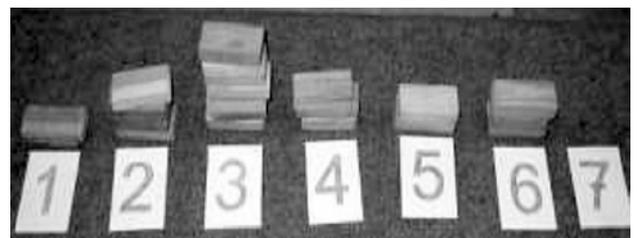


Abb. 18:
Datenerhebung mittels Bauklötzen

GRUPPENARBEIT

Die Ergebnisse der Datenerhebung mit Bauklötzen werden anschließend bildlich dargestellt, indem jedes Kind auf einem quadratischen Notizzettel die Anzahl der Kinder als Punktmenge darstellt und den entsprechenden Zahlen auf dem Plakat zuordnet und aufklebt (Abb. 19).

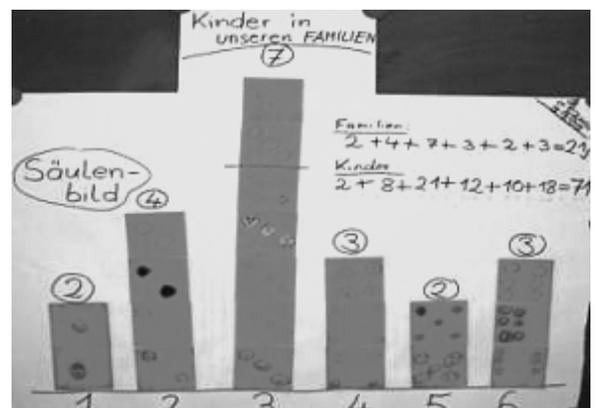


Abb. 19:
Darstellung im Säulendiagramm

Anregende Impulse:

- Wie viele Familien gibt es mit X Kindern?
- Warum gibt es hier keine Familie mit 0 Kindern?
- Wie viele Kinder haben alle Familien aus unserer Klasse zusammen?
- Wie hat sich das Ergebnis im Vergleich zum Vorjahr verändert?

3 Mathematische Basisfähigkeiten absichern

3.1 Rituale mit mathematikspezifischem Inhalt

Rituale sind neben den Regeln und dem Rhythmisieren des Tages, der Woche und des Jahres, die Elemente, die den Kindern Orientierung und Sicherheit in der Schule verschaffen und damit den Rahmen für offenes, selbstständiges Lernen bilden. Wiederkehrende Handlungen erzeugen das Gefühl von Zusammengehörigkeit. Rituale mit mathematikspezifischem Inhalt betonen die Anwendung und Bedeutung von Mathematik im täglichen Leben, klären täglich Strukturen und Rechenstrategien und sind geteilte Erfahrungen.

Ein Chef- oder Ämterssystem als festes Ritual fördert gleichzeitig die Mitverantwortung der Kinder, stärkt ihr Selbstwertgefühl und entlastet die Lehrkraft. Die Chefposten wie auch deren Stellvertreterinnen und Stellvertreter sind heiß begehrt und wechseln immer nach den Sommerferien, Herbstferien, Weihnachtssferien und Osterferien, also vier Mal im Schuljahr (Abb. 20). Die jeweilige Chefin bzw. der jeweilige Chef erledigt die Chefarbeit vor dem Morgenkreis. Nach der Begrüßung im Morgenkreis nehmen sie ihre mündliche Chefarbeit selbstständig wahr, das heißt unaufgefordert in einer von den Kindern festgelegten Reihenfolge.

Chefs	
Unsere Chefs 21. April 2009 - 15. Juli 2009	
Klassensprecher :	Lukas
Klassensprecherin :	Emilie
Datum, Wochentag :	Marcel (Noki)
Kalender :	Lukas (Jamal)
Tage des Jahres :	Ramon (Gabriel)
Fehlende Kinder (Tafel) :	Emilie (Marie-Ellén)
Kugel-girl :	Lucia (Kugel-man Lukas)
Postkasten :	Ruben (Justus)
Sets :	Gabriel (Ramon)
Trenner und Tröster :	Luca (Ruben)
Schilder :	Yipta (Shanna)
Wetterbericht :	Jamal (Artjom)
Bedeutende Weltnachrichten :	Noki (Emilie)
Zeitansage :	Justus (Marcel)

Abb. 20:
Chefliste

Chefsache: Datum

Täglich ist eine Chefin bzw. ein Chef dafür zuständig, von einem Tagesabreißkalender ein Blatt abzureißen und es für alle sichtbar an einer Magnettafel (Magnetwand) mit einem Magneten mit der Aufschrift „Heute“ anzubringen. Die Magnete für die Monats- und Jahreszahl sind entsprechend zu befestigen. Nach der täglichen Begrüßung fragt der Datumschef die Klasse: „Welches Datum haben wir heute?“ Die Klasse antwortet: „Heute ist ... (Wochentag), der ... (Tag) ... (Monat) ... (Jahr).“ (Abb. 21) Die Datumschefin bzw. der Datumschef zeigt daraufhin auf ein anderes Kind, welches der Klasse eine andere Frage stellen darf, z. B. „Welches Datum hatten wir gestern?“ oder „Welches Datum haben wir morgen?“ oder „Welches Datum haben wir nächste Woche um diese Zeit?“ Die Klasse antwortet und zeigt dabei den Fingerblitz (siehe S. 55) zu den betreffenden Zahlen.



Abb. 21:
Datumsanzeige

MATERIALIEN

Abreißkalender, magnetische Schilder mit den Namen der Wochentage, magnetisches Schild mit der Aufschrift „Heute“

Chefsache: Terminkalender

Auf dem Kalender streicht eine Chefin bzw. Chef den vergangenen Tag durch



Der Kalender besteht aus magnetischen Schildern mit Monatsnamen und Zahlenkärtchen von 1 bis 31, die an einer Magnetwand jeden Monat neu befestigt werden. Die Lehrerin oder der Lehrer führt an dem Kalender mit allen Kindern den Terminplan des Monats. Zuerst werden die Geburtstage der Kinder eingetragen und mit Kerzen gekennzeichnet, dann folgen gemeinsame Unternehmungen, wie der Besuch beim Zahnarzt, der Besuch in der Gartenarbeitsschule und der Bibliothek und schließlich auch freie Tage und Ferien. Die Kalenderchefin bzw. der Kalenderchef fragt die Klasse täglich nach einem bestimmten Tag, z. B. „In wie vielen Tagen hat ... Geburtstag?“ oder „Vor wie vielen Tagen waren wir in der Gartenarbeitsschule?“

Abb. 22:
Terminkalender

Chefsache: Jahrestagezählmaschine

Mit Beginn des Kalenderjahres ist ein Kind als Chefin bzw. Chef für die Jahrestagezählmaschine zuständig (Abb. 23). Aufgabe dieses Kindes ist es, jeden Tag des Jahres mit einer Perle sichtbar zu machen. Damit jedes Kind jederzeit auf einen Blick die schon vergangenen bzw. angefangenen Tage eines Jahres benennen kann, muss der Chef nach fünf Tagen die Farbe der Perlen wechseln und nach genau zehn Tagen, alle Perlen entfernen und in den Zehnerbehälter einen Schaschlik-Spieß stecken. Am elften Tag ist wieder eine Perle aufzustecken. Am 100. Tag sind alle Perlen und Schaschlik-Spieße zu entfernen und in den Hunderterbehälter in Anlehnung an die Systemblöcke, in ein kleines Quadrat als Hunderter anzubringen. An diesem Tag wird das Fest der 100 gefeiert. Dazu bringt jeder 100 Sachen für eine 100er-Ausstellung mit.

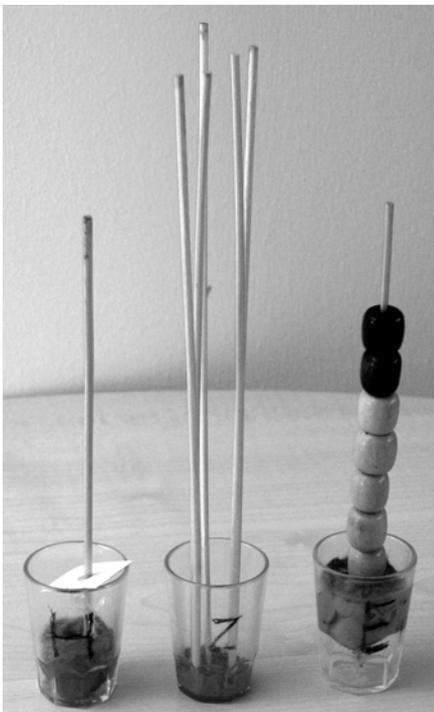


Abb. 23:
Jahrestagezählmaschine

Der betreffende Chef darf täglich selber entscheiden, ob er der Klasse die vergangenen Tage mitteilt oder ob er ein Kind auswählt, das der Klasse die Gesamtzahl der Tage mitteilt und gegebenenfalls erklärt, warum das so ist. Der große Zahlenraum – nach Hundertern, Zehnern und Einern geordnet – wird auf diesem Weg schon im Vorgriff vorbereitet.

MATERIALIEN

Becher für Einer, Zehner und Hunderter, fünf naturfarbene Perlen, vier braune Perlen auf Spieß, neun Schaschlik-Spieße, drei Pappquadrate auf Zahnstocher

Alternative: Schultagezählmaschine

RÖDLER stellt eine Schultagezählmaschine vor, die eine Alternative zu der oben beschriebenen Jahrestagezählmaschine darstellt. An jedem Schultag legt ein Kind einen Würfel in eine Leiste, sodass über die Wochen und Monate ein Schultagezähler entsteht. Immer lässt sich nun ablesen, wie viele Tage die neu eingeschulten Kinder schon in der Schule sind. Ab der dritten Schulwoche wird empfohlen, Fünferstangen zu verwenden, um die Anzahlen auf einen Blick erkennbar zu halten. Die Fünferstangen erfahren dadurch eine Einführung, bevor sie als Rechenmittel auftauchen. Die Zehnerstangen können auf gleiche Weise verwendet werden und so den Hunderterraum nach Zehnern und Einern geordnet im Vorgriff vorbereiten²¹.

*Einer, Fünfer,
Zehner*

MATERIALIEN

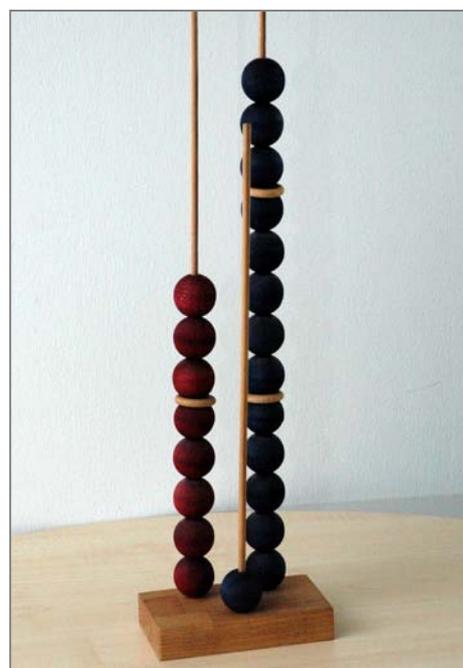
Leiste für Würfel und Fünferstangen bzw. Zehnerstangen

Chefsache: Kugelanzeige

Die Chefin bzw. der Chef der „Kugelanzeige“ prüft jeden Morgen, welche Kinder fehlen. Fehlt ein Junge, so nimmt sie oder er eine blaue Kugel von dem Stab mit den blauen Perlen und setzt diese auf den dritten Stab, der die fehlenden Kinder anzeigt. Fehlt ein Mädchen, so nimmt sie oder er eine rote Perle von dem Stab mit den roten Perlen und setzt diese auf den dritten Stab, der die fehlenden Kinder anzeigt. Das „Kugel-Girl“, wie die Chefin der Kugelanzeige genannt wird, fragt jeden Morgen im Morgenkreis entweder nach den fehlenden oder den anwesenden Kindern. Um schneller und nicht-zählend die Anzahl der anwesenden Mädchen, Jungen und fehlenden Kinder im Morgenkreis zu nennen, gibt es nach immer fünf Kugeln einen Holzring (Abb. 24). Das von der Chefin bestimmte Kind erläutert immer auch den Lösungsweg, wie es zu dem Ergebnis kommt. Ist ein Junge Chef der Kugelanzeige, so wird er „Kugel-Man“ genannt.

MATERIALIEN

Platte mit drei Stäben, blaue Kugeln für die Anzahl der Jungen in der Klasse, rote Kugeln für die Anzahl der Mädchen in der Klasse, ca. vier Gardinenringe (immer nach fünf Perlen).



*Abb. 24:
Kugelanzeige anwesender Kinder*

Alternative: Durchzählen

Eine andere Form des Begrüßungsrituals ist das Durchzählen der anwesenden Kinder durch eine Schulanfängerin oder einen Schulanfänger. Bei jedem Zahlwort wird auf ein Kind gezeigt. Dabei kann beobachtet werden, wer die Eins-zu-Eins-Zuordnung beim Zählen schon beherrscht und wer sich zutraut, so

*Vorwärts und
rückwärts zählen*

²¹ Rödler, K.: Die rot-blauen Würfel und Fünferstangen Rechnen durch Handel. Seelze Kallmeyer 2007, Kopiervorlage S. 40.

weit zu zählen. Gezählt wird auch in anderen Sprachen, um die Wertschätzung gegenüber den Herkunftssprachen der Kinder zu zeigen.

Nach dem eigentlichen Zählen wird gefragt, wie viele Kinder nun da sind. Nach einigen Tagen zeigt das zählende Kind nur noch nacheinander auf die Kinder, diese nennen ihr Zahlwort selbst. Später wird ohne zeigendes Kind einfach durchgezählt. Hier muss jeder aufmerksam sein und ist schon einmal zu Wort gekommen. Im Laufe des Schuljahres werden die Zählregeln verändert. Besonders wichtig ist das Rückwärtszählen. Gegebenenfalls müssen beim Rückwärtszählen Hilfsmittel – wie die Finger – eingesetzt werden. Ausgehend von der Anzahl aller Kinder der Klasse wird rückwärts gezählt.

Chefsache: Zeitansage

Die Uhrzeitchefin bzw. der Uhrzeitchef entscheidet täglich, ob sie oder er der Klasse die Uhrzeit mitteilt und an der Demonstrationsuhr die Position der Zeiger erklärt oder ob sie/er Kinder auswählt, die der Klasse die Uhrzeit mitteilen. Haben die Kinder Probleme bei der Ansage der Uhrzeit, darf das Kind mit detaillierten Fragen zur Seite stehen:

Stunden und Minuten

- „Welcher Zahl steht der kleine (rote) Stundenzeiger am nächsten bzw. zwischen welchen Zahlen steht der kleine (rote) Stundenzeiger?“
- „Welcher Zahl steht der lange (blaue) Minutenzeiger am nächsten bzw. zwischen welchen Zahlen steht der kleine Uhrzeiger?“
- „Wie viele Minuten sind das?“ „Es ist 9 Uhr und 25 Minuten. Stattdessen könnt ihr auch sagen: Es ist fünf Minuten vor halb zehn.“

MATERIALIEN

Analoge Klassenuhr, Demonstrationsuhr

Chefsache: Wetterbericht

Temperaturkurven

Die Inhaberin bzw. der Inhaber dieses Chefpostens, sagt der Klasse die Temperatur des Tages an, welche vorher vom Thermometer abgelesen wurde und trägt sie in ein Diagramm ein. Am Ende des Monats wird eine Temperaturkurve eingezeichnet.

MATERIALIEN

Außenthermometer

Platznehmen im Stuhlkreis

Rückwärts zählen

Ein Gesprächskreis, wie die Forscherrunde oder eine Mathe-Konferenz wird durch ein akustisches Signal (Klangspiel oder Gong) angekündigt. Anschließend wird gemeinsam von 20 rückwärts gezählt. Bei 0 sollte jedes Kind seinen Platz im Kreis eingenommen haben.

MATERIALIEN

akustischer Signalgeber (Klangspiel oder Klangschale)

Stilleübung: Wie lange dauert eine (halbe) Minute?

Die Kinder legen den Kopf auf ihre Arme und schließen die Augen. Sie öffnen diese wieder, wenn sie glauben, dass eine Minute vorbei ist. Nach dem tatsächlichen Ablauf der Minute wartet die Lehrkraft noch ein paar Sekunden und teilt der Klasse im Anschluss den Namen des Kindes mit, welches das beste Zeitgefühl hatte. Bei regelmäßiger Durchführung stellt sich nach und nach ein realistisches Zeitgefühl bei allen Kindern ein.

Zeitgefühl

MATERIALIEN

Klassenuhr mit Sekundenzeiger

Wochenrückblick

Am Ende einer Woche oder nach Abschluss einer Unterrichtseinheit wird gemeinsam das Gelernte reflektiert. Materialien, Produkte, Hefte, Arbeitsblätter und andere Darstellungen werden als Gedankenstütze im Kreis ausgelegt. Die Kinder legen rote Plättchen auf die Materialien, die sie gut gefunden haben und blaue Plättchen auf die Materialien, die sie schwierig fanden. Den individuellen Rückblick schreiben oder zeichnen die Kinder in ihre Lerntagebücher die sie für den gesamten Unterricht führen. Eines der älteren Kinder schreibt eine Gesamtauswertung in das Klassen-Tagebuch (Abb. 25)²².

Rückmeldestatistik

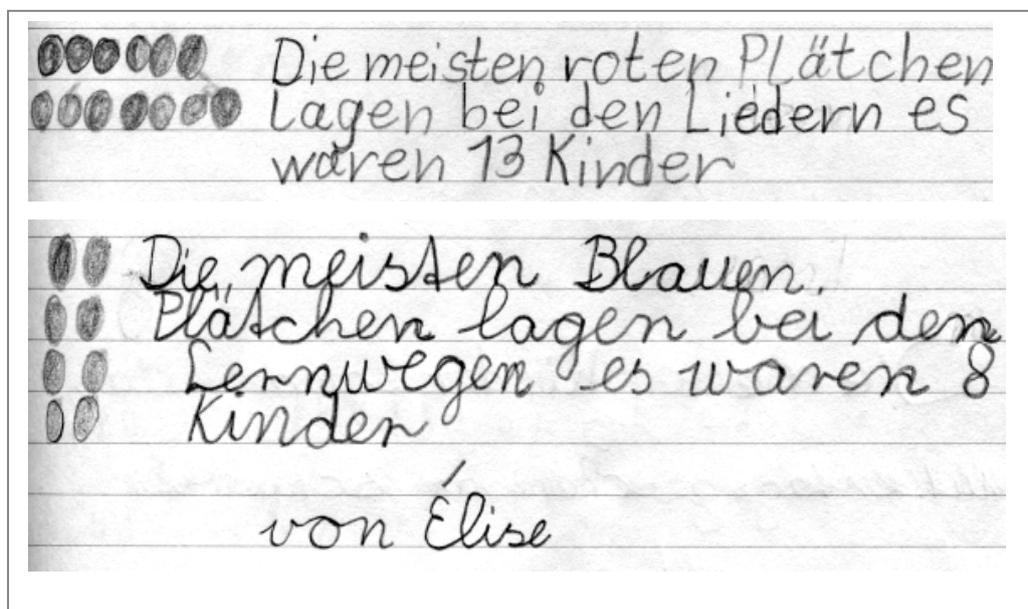


Abb. 25 : Auswertung des Wochenrückblicks für das Klassen-Tagebuch

²² Beispiel aus dem Unterricht von Claudia Wenzel, J.-P.-Hebel-Grundschule, Berlin

3.2 Lernwegestunden

Passung
zwischen Können
und Anforderung

„Erfolgreiches Lernen das wissen wir aus der Lernpsychologie – kann nur gelingen, wenn Kinder „Könnens-Erfahrungen“ machen. Um dies für alle Kinder sicherzustellen, muss eine Passung zwischen den individuell bereits vorhandenen Erfahrungen und Fähigkeiten sowie den schulischen Anforderungen erfolgen.“²³ In den Forscherstunden ergibt sich eine natürliche Differenzierung durch die Aufgabenstellung. Aber wie kann die Passung erfolgen, bei den Aufgaben, die die Kindern brauchen, um Gelerntes selbstständig zu üben, damit sie Sicherheit und Routine entwickeln können? Hier haben sich die „Lernwegestunden“ als Alternative zum Wochenplan bewährt.

Schulbuch als
Aufgabenpool

In den Lernwegestunden bearbeiten die Kinder prinzipiell selbstständig in ihrem Lerntempo einen vorgezeichneten aufeinander aufgebauten Lernweg in einem Schulbuch oder Arbeitsheft. In Abstimmung mit dem Kind können dabei Aufgaben gestrichen bzw. Zusatzaufgaben mit und ohne Material im Forscherheft ergänzt werden. Produktive Übungsformate wie Zahlenmauern (siehe S. 26), die in Forscherstunden bearbeitet werden, können flexibel geübt werden, indem gegebenenfalls Seiten im Buch übersprungen werden. Das Schulbuch wird nicht als abzuarbeitendes Kompendium, sondern vielmehr als Aufgabenpool angesehen.

Überblick

Der vorgezeichnete aufeinander aufgebaute Lernweg wird an einer Magnetwand in Form von bildlichen Darstellungen der Arbeitshefte und Zahlenkarten für die zu bearbeitenden Lernzielkontrollen sichtbar gemacht. Jedem Kind wird ein Symbol zugeordnet, welches auf dem Lernweg an der Stelle befestigt wird, an der das Kind gerade arbeitet (Abb. 26). In der jahrgangsgemischten Schulanfangsphase bietet es sich an, ca. zwei der pro Woche zur Verfügung stehenden Mathematikstunden als „Lernwegestunden“ und die restlichen Stunden als „Forscherstunden“ einzuplanen.

Die Lernwegearbeit ist mit jedem Schulbuch bzw. Arbeitsheft möglich. Bei der Auswahl des Mathematikschulbuches ist darauf zu achten, dass es nicht zu kleinschrittig aufgebaut ist und schon frühzeitig strukturierte Alternativen zum zählenden Rechnen angeboten werden.

Das zählende Rechnen ist zeitlich befristet durchaus zu akzeptieren, solange den Kindern noch keine anderen Wege zur Verfügung stehen. Gleichzeitig müssen sich unterrichtliche Bemühungen schon frühzeitig darauf konzentrieren, den Kindern mit anderen Strategien schnellere



Abb. 26: Überblick über die Lernwege

²³ SENBWF (Hrsg.): LauBe/Lernausgangslage – Schulanfangsphase. Berlin 2009.

und erweiterungsfähige Alternativen anzubieten, die langfristig weiterführend und notwendig sind.

Die von den Schulbuchverlagen vorgegebenen Zahlen 1 und 2 auf den Arbeitsheften bzw. Schulbüchern, die früher den Klassenstufen zugeordnet wurden, entsprechen diesen jetzt nicht mehr, sondern vielmehr der Lernstufe. So ist es möglich, dass ein schnell lernendes Kind schon vor Weihnachten mit dem Arbeitsheft 2 weiterarbeitet und ein sehr langsam lernendes Kind erst zum Ende des 2. Schuljahres damit beginnt. Gerade Eltern von langsam lernenden Kindern ist mit Hilfe des Lernweges an der Magnetwand verständlich zu machen, warum es für ihr Kind ggf. sinnvoll ist, dem Kind mehr Zeit in der Schulanfangsphase zu geben und es hierbei eben nicht um Wiederholung geht.

Lernausgangslage

Die Lernausgangslage der einzelnen Kinder ist dabei sehr unterschiedlich. Einige Kinder sind durch Anregungen im Elternhaus oder durch Frühförderung im Kindergarten schon sehr weit auf ihrem Lernweg Mathematik vorangeschritten. Nach wie vor gibt es aber auch Kinder, die noch keine mathematischen Anregungen erhalten haben. Will man ein Verständnis mathematischer Inhalte und Freude an der Mathematik erreichen, muss an dem anknüpfen, was die Kinder können.

Lernausgangslage als Anknüpfungspunkt

Für einen erfolgreichen mathematischen Anfangsunterricht sind vor allem die Kompetenzen im Themenfeld „Zahlen und Operationen“ von besonderer Bedeutung. Deshalb sollte die Erfassung der Lernausgangslage der Schulanfängerinnen und Schulanfänger in diesem Bereich von Schulbeginn an von der Lehrkraft durchgeführt werden, denn die Kenntnisse und Denkweisen der Kinder sind Ausgangspunkt für alle weiteren Planungen. Es ist wissenschaftlich belegt, dass die frühe Diagnostik von Fehlvorstellungen in diesem Bereich hilfreich ist, um Rechenstörungen vorzubeugen.²⁴

Kinder, die die Ziffern noch nicht kennen bzw. deren Schreibweise noch nicht sicher beherrschen, starten ihren schulischen Lernweg Mathematik mit einem Ziffernkurs bzw. mit einem kombinierten Zahlen- und Mengenheft zur Festigung der Schreibweise der Ziffern und des Zahlbegriffs.

Der Ziffernkurs beinhaltet das bewegungsrichtige Schreiben der Ziffern an der Tafel, mit Radiergummi auf dem Tisch, in der Luft oder im Sand. Die Ziffern können mit Wachsmalstiften auf großem Papier nachgespurt oder geknetet werden. Der Fantasie der Lehrkraft und der Kinder sind hierbei keine Grenzen gesetzt. Kinder, die die Ziffern lesbar schreiben können, dabei aber nicht die Bewegungsrichtung einhalten, werden aufgefordert die Ziffern gemäß den Ziffernschreibkarten zu schreiben. Bei Kindern, die ihre individuelle Schreibweise schon automatisiert haben, wird von Fall zu Fall entschieden, ob diese Schreibweise beibehalten werden kann oder korrigiert werden muss, wenn die Ziffer nicht eindeutig lesbar ist.

Ziffern schreiben

²⁴ Vgl. Schipper, W.: Rechenstörungen als schulische Herausforderung. Handreichung zur Förderung von Kindern mit besonderen Schwierigkeiten beim Rechnen. Landesinstitut für Schule und Medien Berlin-Brandenburg (Hrsg.), Ludwigsfelde 2008.

Sobald die Kinder alle Ziffern schreiben können und sich damit ein Handwerkszeug der Mathematik erarbeitet haben, gehen sie mit ihrem Symbolkärtchen auf ihrem Lernweg von dem „Zahlen- und Mengenbuch“ zum Arbeitsheft bzw. Arbeitsbuch, welches ihnen zu diesem Zeitpunkt ausgehändigt wird. Das Zahlen- und Mengenbuch wird bis zum Schuljahresende in ihrer „Schatzkiste“, die alle fertiggestellten Materialien und besonderen Fundstücke beinhaltet, aufbewahrt.

An der Magnetwand bzw. Magnettafel wandert das Symbol des Kindes für alle sichtbar zur zweiten Station, die durch ein Bild des Arbeitsheftes kenntlich gemacht ist. Diese Station ist noch einmal in Zwischenstationen untergliedert, die durch Zahlenkärtchen kenntlich gemacht sind. Hinter den Zahlen verbergen sich die einzelnen Lernnachweise, an denen überprüft wird, ob die selbstständig erarbeiteten Inhalte verstanden wurden.

Stoppsschilder und Schranken

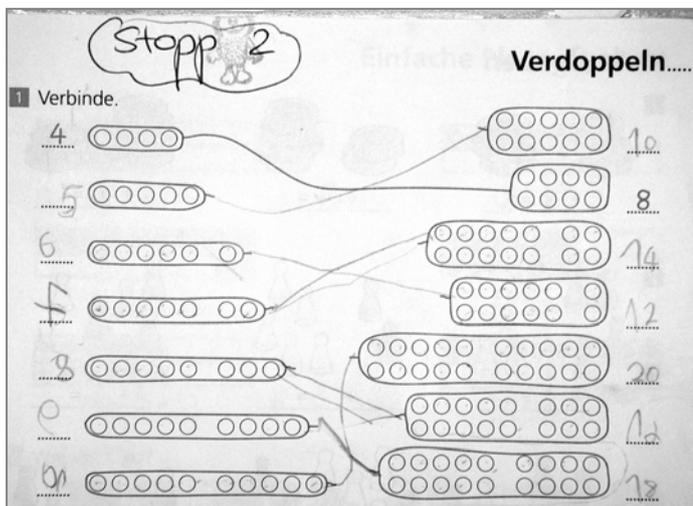


Abb. 27:
Arbeitsheft mit Stopp

Damit das Kind weiß, wann und wie es einen Lernnachweis erbringen kann, befinden sich im Buch bzw. Arbeitsheft Stoppsschilder oder handschriftlich eingetragene Schranken bzw. gestempelte Stoppsschilder (Abb. 27).

Erreicht das Kind ein Stoppsschild oder eine Schranke, bearbeitet es einen Lernnachweis ohne Inanspruchnahme von Hilfe, allein und in seinem Tempo. Das Datum des Bearbeitungstages wird auf dem Lernnachweis eingetragen. Eventuell vorhandene Fehler werden von der Lehrkraft mit einem Fragezeichen versehen. Das heißt für das Kind: Die Lehrkraft kommt zu einem anderen Ergebnis, deshalb muss das Kind seine Lösung noch einmal überdenken.

Kommt das Kind beim Nachrechnen zu einem anderen Ergebnis als vorher, so notiert es dieses Ergebnis und streicht das Fragezeichen durch. Kommt es aber bei der Überprüfung zum gleichen Ergebnis wie beim ersten Rechnen, teilt es dieses der Lehrkraft mit und erklärt ihr seinen Lösungsweg. Gemeinsam wird überlegt, wem ein Denkfehler unterlaufen sein könnte. So werden Fehler produktiv genutzt.

Lernnachweise

Für alle sichtbar springt ein Kind nach dem vorgelegten Lernnachweis mit seinem Symbol auf seinem Lernweg zur nächsten Zahl. Wenn es die Aufgaben für den Lernnachweis nicht alleine bearbeiten kann, werden ihm individuell weitere Materialien bzw. Aufgaben zur Bearbeitung gegeben, bevor auch dieses Kind mit seinem Symbol auf seinem Lernweg springen kann. Befürchtungen, dass die langsameren Kinder durch langsames Fortschreiten auf ihrem Lernweg entmutigt werden, sind nicht begründet.

„Ich kann“-Heft

Es hat sich bewährt, alle Lernnachweise zu einem „Ich kann-Heft“ mit Spiralbindung (Abb. 28) schon zu Beginn des Schuljahres zusammenzustellen.

Die Anzahl der Lernnachweise wird häufig durch das ausgesuchte Schulbuch vorgegeben und differiert. Die „Ich kann-Hefte“ haben ihren Platz in einem Stehordner in der Klasse und werden dem Kind bei Erreichen der Schranke zur Bearbeitung ausgehändigt. Schranke und Lernnachweise haben zur Orientierung die gleiche Nummerierung. Zusammen mit dem Schulbuch und dem Forscherheft kann das Ich kann-Heft als Grundlage für differenzierte Kinder- und Elterngespräche genutzt werden.

Informelle Lerngespräche

Die für die Lernwegarbeit notwendigen Arbeitsweisen werden am Modell gelernt, ohne speziell eingeführt zu werden. Inhaltliche Fragen werden in der Tischgruppe unkompliziert und ohne langes Warten individuell beantwortet.

Bei der Lernwegarbeit ist der Austausch zwischen den Kindern nicht systematisch organisiert. Wenn ein Kind eine Frage zur Bearbeitung stellt, haben andere Kinder die Gelegenheit, bereits Gelerntes weiterzugeben. Für das vermittelnde Kind bedeutet die Beantwortung der Frage Wiederholung, Übung und Anwendung der Lerninhalte. Es unterstützt damit nicht nur das fragende Kind in seinem Lernprozess, sondern trainiert dabei sein Ausdrucksvermögen, übt mathematische Inhalte zu erklären, fragt bei sich selbst erworbenes Wissen ab und durchdenkt beim Erklären den Lerninhalt neu. Anderen Kindern zu helfen, heißt nicht ihnen die Lösung mitzuteilen, sondern sie dazu befähigen, dass sie nach einer kurzen Beratung in die Lage versetzt werden, alleine gegebenenfalls mit Veranschaulichungsmaterial selbstständig weiterzuarbeiten.

Möchte ein Kind nicht gefragt werden, weil es nicht unterbrochen werden will, macht es dieses sichtbar durch ein „Bitte nicht stören“-Schild (Abb. 29).

Bevor ein Erwachsener um Hilfe gebeten wird, müssen mindestens zwei Kinder gefragt worden sein. Es ist der Lehrkraft zu empfehlen, anfangs konsequent danach zu fragen, welches der Kinder sie schon im Vorfeld um Hilfe gebeten haben, denn gerade die Kleinen haben oft den Wunsch, immer zuerst einen Erwachsenen zu fragen.



Abb. 28:
„Ich kann“-Heft



Abb. 29:
Hinweis für ungestörtes Arbeiten

Hausaufgaben

Selbstbestimmte Hausaufgaben

Hausaufgaben werden zweimal in der Woche an den Tagen mit „M“ wie Mathematik (Montag und Mittwoch) in den Lernwegestunden erteilt. Hierbei darf jedes Kind selber bestimmen, wie aufwändig es diese gestalten möchte. Bei den sehr motivierten Schulanfängerinnen und Schulanfängern fallen die Hausaufgaben meistens sehr umfangreich aus. Einige Kinder im 2. oder 3. Schulbesuchsjahr halten sich streng an die Regelung, nicht mehr als 20 Minuten Hausaufgaben zu machen. Mit einzelnen Kindern, die sehr viel Zeit benötigen, ist im Vorfeld genau zu klären, was von ihnen erwartet wird.

Die Kinder arbeiten ihrem Lerntempo entsprechend selbstständig an ihren „Lernwegen“ weiter. Sie dürfen dabei auch Aufgaben überspringen, wenn sie zu Hause bei einer Aufgabenstellung nicht weiterkommen und Unterstützung benötigen. Die Eltern werden gebeten, bei den Hausaufgaben nicht zu helfen, weil diese von den Kindern selbstständig erstellt werden sollen.

Lernwege ohne Schulbuch

Eine Alternative zum Schulbuch bietet eine Lernwegearbeit mit kleinen Arbeitsheften und Arbeitsmaterialien. Da die zu bearbeitenden Materialien meistens in einem Mathematikregal untergebracht sind, wird von einem „Lernweg im Regalsystem“²⁵ gesprochen.

Um einen solchen Lernweg zu gestalten, sind einige Vorarbeiten nötig:

Lernwege ohne Schulbuch

- Die selbstständig zu bearbeitenden Inhalte des Mathematikunterrichts werden in Lernabschnitte gegliedert.
- Passende Materialien, z. B. Arbeitsblätter, Arbeitshefte, Spiele und andere Arbeitsmaterialien sowie die passenden Arbeitsaufträge werden zusammengestellt.
- Ein Symbol- oder Farbleitsystem, das den Kindern zur Orientierung dient, wird entwickelt.
- Es wird festgelegt, ob und welche Materialien verbindlich von allen Kindern bearbeitet werden sollen.
- Es werden Verfahren zur Dokumentation der Arbeit und Lernzielkontrollen konzipiert.

Die dargestellte Lernwegearbeit – mit oder ohne Schulbuch – bietet organisatorische Freiheiten

- in der Wahl des Arbeitsortes,
- in der Wahl des Zeitaufwandes,
- in der Wahl der Anschauungsmaterialien, die teilweise von der Lehrkraft oder Mitschülern und Mitschülerinnen empfohlen werden, und
- in der Wahl des Partners bzw. Partnerin.

Es sei zum Schluss noch einmal ausdrücklich darauf hingewiesen, dass die beschriebene Lernwegearbeit, die Forscherarbeit an gemeinsamen Aufgaben, nicht ersetzen kann.

²⁵ E. van der Linde, U. Schagerl: Kursbuch jahrgangsübergreifender Unterricht. München 2007, S. 49 ff.

3.3 Trainingsaufgaben

Es gibt Basiskompetenzen aus dem „Bereich Zahlen und Operationen“, deren Verfügbarkeit eine notwendige Voraussetzung für den Umgang mit Mathematik ist. In der sogenannten Grundlegungsphase werden anschauliche Zahldarstellungen verwendet, damit die Kinder auf dieser Basis Zahl- und Operationsvorstellungen aufbauen können. In Kleingruppen werden die Veranschaulichungen besonders deutlich herausgestellt und bewusst gemacht. Erst wenn die Grundlagen vorhanden sind, macht es Sinn, diese zu automatisieren. Solide Zahlvorstellungen sind Voraussetzung für blitzartig verfügbares Wissen.

*Grundlegendes
Zahlverständnis*

Das Grundverständnis von „Plus“ und „Minus“ ist mit einem richtigen Zahlverständnis untrennbar verknüpft. „Zahl verstehen“ heißt, sich die Zahlen bis 10 als unterschiedliche große „Einerhaufen“ vorzustellen, die in kleinere Unterhaufen zerlegt und wieder zusammengeführt werden können (plus). Dieses Zusammenführen kann durch Wegnehmen (minus) wieder rückgängig gemacht werden (Umkehraufgaben).²⁶

Plus muss als Dazukommen und als Vereinigung (Tauschaufgaben) zweier Anzahlen verstanden werden. Minus muss als Wegnehmen und Ergänzen. Verstanden werden.

Denkt ein Kind bei $9 - 8 =$ nur an „wegnehmen“ ist diese Aufgabe sehr schwer; denkt es an „ergänzen“ ist dieselbe Aufgabe sehr einfach. Kinder, die verinnerlicht haben, dass Zahlen sich aus anderen Zahlen zusammensetzen, können schneller nicht-zählend rechnen.

Kinder, die die Verdopplungsaufgaben blitzartig lösen können, müssen angeregt werden, diese Strategie auch bei anderen Aufgaben zu nutzen ($3 + 3 = 6$ und $3 + 4 = 7$).

Damit aus langsamen zählenden Rechnerinnen und Rechnern schnelle „wirkliche Rechnerinnen und Rechner werden, müssen „nicht-zählende Rechenstrategien“ erarbeitet und die Kinder immer wieder dazu angeregt werden, diese auch zu nutzen.

*Nicht zählende
Rechenstrategien*

Notwendige Strategien für den Zahlenraum bis 10:

- Tauschaufgaben: Wer $5 + 2$ weiß, kann auch $2 + 5$.
- um 1 mehr: Wer $1 + 7$ weiß, kann auch $2 + 7$.
- Verdoppeln und 1 mehr: Wer $3 + 3$ weiß, kann auch $3 + 4$.
- Kraft der 5: Wer die Fingerbilder gespeichert hat, kann
 $5 + 1, 5 + 2, 5 + 3, 5 + 4, 5 + 5, 10 + 5,$
 $6 - 1, 7 - 2, 8 - 3, 9 - 4, 10 - 5,$
 $1 + ? = 6, 2 + ? = 7, 3 + ? = 8, 4 + ? = 9,$
 $5 + ? = 10.$
- Umkehraufgabe: Wer $8 + 1$ weiß, kann auch $9 - 8$. (Ergänzen)
- Minus-Nachbarn: Wer $8 - 5$ (Fingerbild) weiß, kann auch $8 - 6$.

²⁶ Vgl. Gaidoschik, M.: Rechenschwäche verstehen – Kinder gezielt fördern. Buxtehude, Persen Verlag 2007.

Um ableiten zu können, müssen die Kinder Basiswissen entwickelt haben:

- für jede Zahl bis Zehn wissen, was „eins mehr“ und „eins weniger“ ist,
- für jede Zahl bis Zehn wissen, wie sie mit Fingern und Plättchen (Kugeln) dargestellt wird,
- Verdopplungen kennen und
- Zusammenhänge von Tauschaufgaben kennen.

*Basiswissen und
Ableitungsstrategien*

Isolierte Aufgaben sollen nicht auswendig gelernt werden, sondern das Denken in Ableitungsstrategien sollte automatisiert werden.

„Kopfrechnen“, „Blitzrechnen“, „Fünf-Minuten-Rechnen“, „tägliches Training“: Ziel solcher Übungen ist es, grundlegende Fertigkeiten so zu automatisieren, dass sie auf „Knopfdruck“ abrufbar sind, um sie bei der Lösung komplexer mathematischer Probleme als Werkzeug zur Verfügung zu haben. Es geht um das Ausbilden von Routinen.

Der Begriff des „Rechnens“ an dieser Stelle ist irreführend, denn auch Zahlbegriffe, Lagebegriffe, mathematische Fachbegriffe und kopfgeometrische Übungen können sinnvolle Inhalte solcher Übungen sein. Aus der Lernpsychologie ist bekannt, dass regelmäßiges, intensives, kurzzeitiges Üben die Verankerung im Langzeitgedächtnis begünstigt. Um solche Übungen soll es im Folgenden gehen: Übungen, die zu einem festgelegten Zeitpunkt (Rhythmisierung) über einen längeren Zeitraum immer wiederkehrend ausgewählte Teilfertigkeiten trainieren.

Veranschaulichungsmittel

Automatisierungsübungen sind nur auf Verständnisgrundlage sinnvoll. Daher müssen für einige Kinder bei den grundlegenden Übungen noch sinnvolle Veranschaulichungsmittel zur Verfügung stehen, deren Handhabung den Kindern geläufig ist. Kinder, die über grundlegende Einsichten in den Übungsinhalt verfügen, die Operationen aber noch nicht mental durchführen können, greifen darauf zurück und entwickeln so nach und nach innere Bilder. Beim Zählen in Schritten kann das beispielsweise ein Zahlenband mit Klammern oder eine Hundertertafel mit Plättchen sein. Beim Verdoppeln kann es ein Geospiegel mit Fünfer- und Zehnerstreifen und Plättchen oder Fünfer- und Zehnerstangen und Einerwürfel sein. Bei Raum-Lage-Übungen kann es ein roter Nagellackpunkt auf dem rechten Daumen sein.

Regelmäßige Gespräche über verschiedene Strategien zum jeweiligen Übungsinhalt müssen begleitend stattfinden. Anderenfalls besteht die Gefahr des schematischen und unreflektierten Einsatzes und der Verfestigung langfristig wenig tragfähiger Strategien. Werden beispielsweise immer wieder Plusaufgaben unter Zeitdruck und ohne Reflexion des Lösungsweges geübt, besteht die Gefahr, dass sich das zählende Rechnen verfestigt.

*Von ganz leicht bis
ganz schwer*

Damit ein sinnvolles, regelmäßiges Training im jahrgangsübergreifenden Mathematikunterricht der Schulanfangsphase mit verschiedenen Zahlenräumen und verschiedenen Rechenverfahren gelingt, ist es sinnvoll, Übungsangebote anzubieten, die Aufgaben von „ganz leicht“ bis „ganz schwer“ beinhalten. Die Kinder suchen sich die Aufgaben aus, die sie bearbeiten wollen oder können.

Ihnen ist dabei bekannt, dass kein Anspruch auf lückenlose Bearbeitung besteht, sondern es vielmehr für jedes einzelne Kind darum geht im Laufe einer

Übungssequenz sich stetig zu verbessern und die eigenen Leistungen zu steigern. Sinnvoll ist es auch, mit Gruppen von Kindern für einen festgelegten Zeitrahmen einen Übungsschwerpunkt beziehungsweise ein Material zur Übung festzulegen.

Fingerblitz

Der Fingerblitz regt das simultane Erfassen von Mengen an und trägt außerdem zum Aufbau von mentalen Bildern von Anzahlen bei.²⁷ Die Lehrkraft oder ein Kind zeigt schnell wie ein Blitz zum Beispiel sieben Finger. Die Geschwindigkeit muss so sein, dass es nicht möglich ist, die Finger zu zählen. Die Kinder rufen im Chor die Anzahl der gezeigten Finger. Analog zu dieser Aufgabe können „Fingerblitze“ zu zweistelligen Zahlen folgen. Hierbei werden die Zehner mehrmals hintereinander gezeigt und anschließend die Einer zum Schluss eingefroren. Es ist aber auch möglich, abwechselnd einstellige und zweistellige Zahlen zu zeigen.

*Simultanes
Erfassen von
Mengen*

Kinder, die im Zahlraum über Zehn noch unsicher sind, konzentrieren sich auf die Einer am Schluss bzw. zählen die Zehner und die Einer. Ihre Antwort lautet dann: „Ich habe zum Schluss sieben Einer gesehen“, oder: „Ich habe drei Zehner und sieben Einer gesehen.“

Variationen

- Die Lehrkraft bzw. ein Kind fordert die Kinder auf: „Zeigt mir blitzartig die 37 und friert die Einer zum Schluss ein.“ Die Kinder zeigen dreimal blitzartig alle zehn Finger und zum Schluss noch sieben Finger.
- Die Lehrkraft bzw. ein Kind zeigt eine Zahl, die kleiner als Fünf ist und fragt: „Wie viel fehlt bis Fünf?“ oder „Wie viele Finger sind weggeklappt?“ bzw. zeigt eine Zahl, die kleiner als Zehn ist und fragt: „Wie viel fehlt bis Zehn?“
- Die Lehrkraft bzw. ein Kind fordert die Kinder auf: „Zeigt mir blitzartig die Sieben und friert sie ein.“ Welche Zerlegung ist möglich? Antwort der Kinder: „Fünf und Zwei oder Zwei und Fünf, Vier und Drei oder Drei und Vier, Sechs und Eins oder Eins und Sechs.“
- Die Lehrkraft bzw. ein Kind bittet die Kinder: „Zeigt mir blitzartig die Sieben und friert sie ein.“ „Nehmt fünf weg.“ Wie viele bleiben?
- Die Lehrkraft bzw. ein Kind fordert die Kinder auf „Zeigt mir blitzartig die Sechs und friert sie ein. Spiegelt sie jetzt mit eurer Nachbarin bzw. eurem Nachbarn“. Mit dem Fingerblitz der Sechs wenden sich die Kinder ihrer Nachbarin bzw. ihrem Nachbarn zu. Sie sagen: „Fünf plus Fünf gleich Zehn“ und falten dabei mit der Partnerin bzw. dem Partner die Hand. Die andere Hand mit der Eins wird zur Eins der Partnerin bzw. des Partners gehalten und zusammen sagen sie: „Zwei plus Zwei gleich Zwölf.“
- Die Lehrkraft nennt zum Beispiel die Aufgabe Sechs plus Sieben. Die Kinder einigen sich, wer welche Zahl zeigt. Dann zeigen sie sich ihre

*Rechenaufgaben
mit dem
Fingerblitz*

²⁷ Senatsverwaltung für Bildung, Wissenschaft und Forschung: Beobachten – Dokumentieren – Fördern. Lerndokumentation Mathematik, Materialien zu Zahl und Zählen. Karten: Fingerblitz S. 19, Spiegel-Finger S. 29. Berlin 2007

Zahlen. Sie sagen: „Fünf plus Fünf gleich Zehn“, und falten dabei mit der Partnerin bzw. dem Partner die Hand. Die andere Hand mit der Eins, wird zur Zwei der Partnerin bzw. des Partners gehalten und zusammen sagen sie: „Zehn plus Drei gleich Dreizehn.“

Schnelles Rechnen

*Schnellrechen-
aufgaben*

Nacheinander diktieren die Kinder ihrer Partnerin oder ihrem Partner, die oder der leistungsmäßig auf ähnlichem Stand ist, zehn Aufgaben in einem zügigen Tempo. Derjenige, der diktiert, zählt im Kopf bis fünf und stellt dann die nächste Aufgabe. Nur die Ergebnisse werden in ein vorgegebenes Raster geschrieben. In dieser Phase darf nicht gesprochen werden. Nachdem die Rollen gewechselt wurden, kontrollieren die Kinder ihre Ergebnisse, indem sie sie vergleichen. Unterschiedliche Ergebnisse werden durch nochmaliges Rechnen geklärt.

Schreibe die Zahlen
_____ als Strichzahlen.

Stelle die Zahlen _____
als Zahlbilder dar.

Verdopple die folgenden
Zahlen. Schreibe die
Nachbaraufgaben dazu.

Springe auf dem Rechenstrich von Null oder einer anderen
Zahl in Zweier-, Fünfer-, Zehner-Schritte vorwärts.
Beschrifte die Landeplätze.

Halbiere die folgenden
Zahlen.
(Beispiel: $8 = _ + _$)

Ergänze von den folgen-
den Zahlen bis 10/ 100/
1.000.

Richtungsdiktat: Zeichne ein 9er/16er/25er Feld. Beispiel:
Start unten rechts, zwei nach links, zwei nach oben, eins
nach rechts, Ziel markieren

Alternativ werden Schnellrechentests angeboten, die in einer vorgegebenen Zeit von maximal zehn Minuten bearbeitet werden. Ziel ist es, so viele Aufgaben wie möglich zu lösen und sich im Laufe der Zeit zu steigern. Die Kontrolle geschieht durch die Kinder selber oder durch ein anderes Kind.

MATERIALIEN

Raster für das Kopfrechenttraining oder kleine DIN-A 6 Kopfrechenheftchen

Blitzrechnen mit Karteikarten

*Unterstützung
mentaler Bilder*

Die Blitzrechenkartei, die von der Universität Dortmund für das Programm „Mathe 2000“²⁸ entwickelt wurde, unterstützt durch bildliche Darstellungen das Entstehen innerer Bilder. Das Material ist so umfangreich, dass unkompliziert passende Übungen zugewiesen werden können. Einzel-, Partner- und Gruppenarbeit ist schnell organisiert. Die Kartei kann zur Grundlegung, wie auch zur Automatisierung genutzt werden. Paralleles Vorgehen des zu übenden Schwerpunktes in den verschiedenen Zahlenräumen ist gut möglich.

²⁸ E. Wittmann, G. Müller: Blitzrechenoffensive. – Anregungen für eine intensive Förderung Mathematischer Basiskompetenzen, Stuttgart 2007.

Zielzahl treffen

Die Kinder suchen sich aus verschiedenen an der Tafel notierten Zahlen ihre Zielzahlen aus. Sie bilden möglichst viele Aufgaben, die ihre Zahl als Ergebnis haben bzw. diese beinhalten. Denkbar sind alle Rechenoperationen und deren Verknüpfung, aber auch Einschränkungen wie „nur Minus-Aufgaben“ oder „Kettenaufgaben“.

*So viele Aufgaben
wie möglich*

Eine Kontrolle aller erstellten Aufgaben ist weder nötig noch realistisch. Die Lehrkraft sollte sich einen Überblick durch das Sichten einiger Stichproben machen. Die Befürchtung, dass sich Kinder dabei etwas Falsches einprägen könnten, ist nicht gerechtfertigt.

In einer sich anschließenden Mathematikkonferenz wird über Vorgehenseisen und Lösungswege diskutiert.

Plättchenaufgaben

Mit den Plättchenaufgaben wird das Zerlegen von Zahlen (0 bis 10, 20, 50, 100, 1000), das Verdoppeln und Halbieren (Zahlenraum bis 20, bis 100, bis 1000) oder einzelne Einmaleins- und Einsdurcheins-Reihen automatisiert.

Die Plättchen haben eine unterschiedlich gefärbte Vorder- und Rückseite und sind mit dem Übungsziel beschriftet. Auf der Aufbewahrungsdose ist die entsprechende Rechenoperation vermerkt. Die Plättchen werden mit der gleichen Farbseite nach oben ausgelegt (Abb. 30).

Die Übung kann in Einzel-, Partner- und Gruppenarbeit erfolgen. Die Übungspartner sollten möglichst ähnlich leistungsstark sein, wenn das Material für alle eine echte Übung darstellen soll.

Ist das genannte Ergebnis richtig, bleibt das Plättchen mit der Rückseite nach oben liegen, wenn nicht, wird es wieder umgedreht. So wird im Wechsel oder reihum gearbeitet, bis alle Rückseiten zu sehen sind bzw. alle Plättchen wieder in der Ausgangsposition liegen.



Abb. 30: Beispiel für Plättchenaufgabe

Beispiele:

Zerlegen „Immer 7“				
Vorderseite:	0	1	2	3
Rückseite:	7	6	5	4

Verdoppeln (rot) – Halbieren bis 20 (blau)											
Vorderseite (rot):	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Rückseite (blau):	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20

MATERIALIEN

leere Filmdosen, Etiketten für die Rechenregel, Stanzabfälle aus der Ordnerherstellung²⁹:

Individuelle Kopfrechenübungskartei

Aufgabenkartei

Analog zu den Lernwörterkarteien aus dem Deutschunterricht lassen sich die Grundaufgaben der Arithmetik üben. Auf der Vorderseite von Karteikarten werden Aufgaben notiert, auf der Rückseite die Lösungen oder auch bildliche Darstellungen. Nacheinander werden die Aufgaben mündlich gelöst und anschließend kontrolliert. Richtig gelöste Karten wandern in ein nächstes Fach oder bekommen ein Zeichen für gelöst. Karten im letzten Fach bzw. mit einer bestimmten Anzahl von Zeichen werden als „gekonnt“ abgelegt oder als „erledigt“ zerrissen und weggeworfen.

Die Karten sind gut geeignet für Differenzierungen nach Schwierigkeit oder Menge. Sie bieten zusätzlich Spielraum für Sortier- oder Legeübungen. Wenn die Kinder sich die Karten selber herstellen, müssen die Karten auf der Rückseite kontrolliert werden.

MATERIALIEN

Karteikarten, passende Schachteln oder Karteikästen, Vorgefertigte Lernkarteien zum Einspluseins und Einmaleins

²⁹ Bezugsadresse: Zwei kg „Zählscheiben“ gegen Portokosten von 3,90 € in Form von Briefmarken vorab von Herlitz Kundendienst, Am Borsigturm 100, 13507 B. (Stand: 5/2008)

Einspluseins- und Einmaleinsführerschein

Zur Automatisierung der Aufgaben der Einspluseins- oder Einmaleinstafel bekommen die Kinder nach und nach Übungskarten zur Kopfrechenübung. Dazu gehören kleine Wendepüttchen, mit denen sich die Ergebnisfelder abdecken lassen (Abb. 31b). Die Schülerinnen und Schüler lesen eine Aufgabe, lösen sie im Kopf und kontrollieren durch Verschieben des Plättchens. Bei richtiger Lösung wird das Plättchen weggenommen. Wenn das Ergebnis falsch ist, wird das betreffende Feld noch einmal abgedeckt. Kann das Kind eine Karte sicher bearbeiten, dann bittet es eine Mitschülerin oder einen Mitschüler um eine Prüfung, die bei Erfolg auf der Karte mit Datum und Unterschrift quittiert wird. Sind alle Karten eines Satzes auf diese Weise bearbeitet, dann werden sie zu einem „Führerscheinheft“ gebunden.

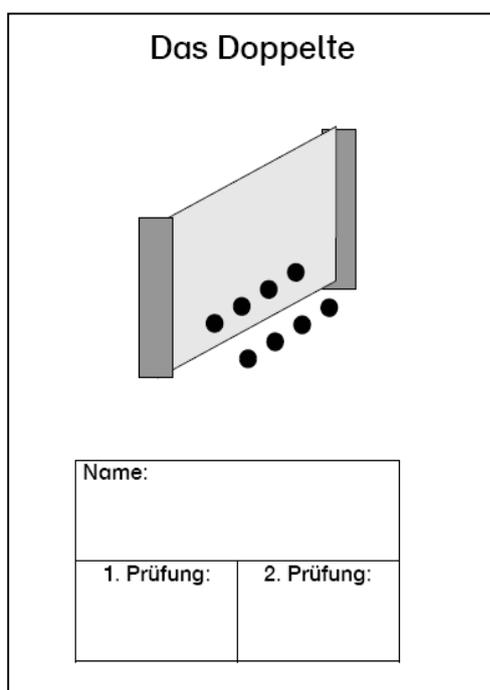


Abb.31 a: Vorderseite des Führerscheins

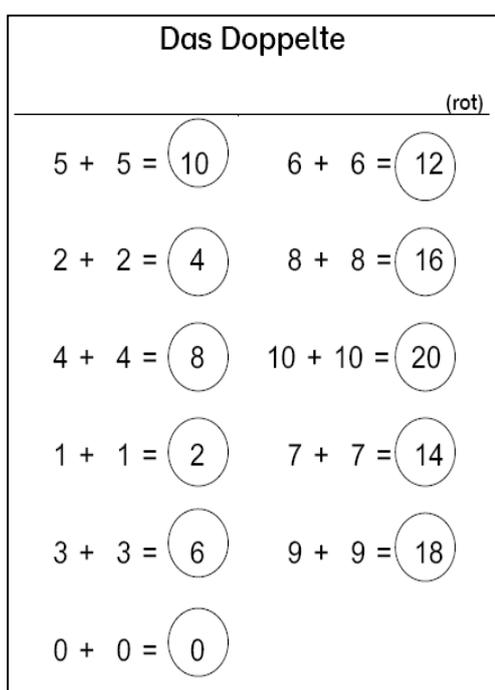


Abb.31 b: Rückseite des Führerscheins

Wer ist der Schätzkönig?

Alltagsmaterialien werden in Schätzgläsern gesammelt oder von Kindern mitgebracht. Die Kinder schreiben bzw. lassen, falls sie es noch nicht können, ihren Namen und ihre Schätzzahl auf einen Notizzettel schreiben. Anschließend werden die Notizzettel nach der Größe der Schätzzahlen geordnet. Eine Kleingruppe von ca. drei Kindern zählt die konkreten Gegenstände und erstellt eine Strichliste. Die durch Zählen ermittelte Zahl wird auf einen farbigen Notizzettel geschrieben und der Klasse vorgestellt. Die Kinder der Klasse bestimmen den Schätzkönig und begründen ihre Vorgehensweise.

MATERIALIEN

Schätzgläser mit Alltagsmaterialien (Bohnen, Perlen, ...)

Mister X

Mr. X ist ein „Verbrecher“, der mit Hilfe des Zahlenstrahls gefunden, eingekreist werden soll.

*Gedachte Zahlen
erfragen*

Zur Einführung wird zunächst ein Zahlenstrahl bis 20 benutzt. Später kommt ein Zahlenstrahl bis 100 zum Einsatz. Für die Freiarbeit ist eine Erweiterung bis 1000 möglich. Das Spiel kann auch mit einer Partnerin oder einem Partner gespielt werden.

- Die Spielleiterin oder der Spielleiter schreibt eine Zahl aus dem festgelegten Zahlenraum verdeckt auf.
- Ein Kind nennt eine Zahl, um sich der gesuchten Zahl zu nähern. Kinder, die das im ausgewählten Zahlenraum noch nicht können, zeigen die Zahl am Zahlenstrahl, ein anderes Kind nennt sie.
- „Mr. X ist größer.“ oder „Mr. X ist kleiner.“ könnten die Antworten lauten, falls die gesuchte Zahl nicht getroffen wird.
- Die Pfeilkarten werden entsprechend positioniert, so lange, bis Mr. X gefangen wurde.

MATERIALIEN

Zahlenstrahl, zwei Pfeilkarten, Stifte zum Notieren von Mr. X

4 Literatur- und Medienhinweise

- Gaidoschik, M. (2007):** Rechenschwäche verstehen – Kinder gezielt fördern. Buxtehude: Persen Verlag.
- Gaidoschik, M.(2009):** Nicht-zählende Rechenstrategien von Anfang an.In: Grundschulunterricht Mathematik 1/2009. München: Verlag Oldenbourg.
- Gaidoschik, M.(2006):** Rechenschwäche – Dyskalkulie.Buxtehude: Persen Verlag.
- Geeck, B.(2008):** Handreichungen zu „Mein Arbeitsplan“. Berlin: Cornelsen Verlag.
- Grundschule Mathematik Heft 15 (2007):** Basiswissen Kopfrechnen. Velber: Kallmeyer bei Friedrich.
- Grundschule Mathematik Heft 21 (2009):** Daten erheben & deuten. Velber: Kallmeyer bei Friedrich.
- Günther, E. (2007):** Unterrichten in jahrgangskombinierten Klassen. Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung München (Hrsg.) Donauwörth: Auerverlag, S. 185 ff.
- Hengartner, E. u. a. (2006):** Lernumgebungen für Rechenschwache bis Hochbegabte. Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht. Zug: Klett und Balmer Verlag.
- Hirt, U. u. a. (2008):** Lernumgebungen im Mathematikunterricht. Natürliche Differenzierung für Rechenschwache bis Hochbegabte. Velber: Kallmeyer Verlag bei Friedrich
- Hölze, B. (2007):** Mathematik in der gemischten Schuleingangsstufe. In: de Boer, H.u. a.: Lehren und Lernen in jahrgangsgemischten Klassen. Frankfurt/M.: Arbeitskreis Grundschule, S. 166 ff.
- Hülswitt, K. (2004):** Verstehen heißt erfinden: Eigenproduktionen mit gleichem Material in großen Mengen. In: Scherer, P. u. a. (Hrsg.): Mathematik für Kinder – Mathematik von Kindern. Frankfurt/M.: Arbeitskreis Grundschule, S. 207 ff.
- Hülswitt, K. (2007):** Freie mathematische Eigenproduktionen: Die Entfaltung entdeckender Lernprozesse durch Phantasie, Ideenwanderung und den Reiz unordentlicher Ordnungen. In: Graf, Moser, U./Opitz, E.: Diagnostik und Förderung im Elementarbereich und Grundschulunterricht. Lernprozesse wahrnehmen, deuten und begleiten. Entwicklungslinien der Grundschulpädagogik. Bd. 4. Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren, S. 150 ff.
- Jansen, P. (2008):** Karteien: Zahlenmauern. / Zahlen ziehen um. / Zahlenmuster fortsetzen. Coesfeld: Eigenverlag.
- Jansen, P. (2008):** Lektion Zahlenmauern. In: P. Jansen: Matinko Lehrerband. Coesfeld: Eigenverlag, S. 249ff.
- Klieme, E. u. a. (2003):** Zur Entwicklung nationaler Bildungsstandards. In: BMBF (Hrsg.): Zur Entwicklung nationaler Bildungsstandards – eine Expertise. BMBF: Bonn.
- Kucharz, D. u.a. (2007):** Jahrgangsübergreifendes Lernen. Eine empirische Studie zu Lernen, Leistung und Interaktion von Kindern in der Schulanfangsphase. Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren.

- Nauman, M. (2008):** Meine Klasse in Zahlen. Erste Erfahrungen im Umgang mit Diagrammen und Tabellen. In: Grundschulunterricht 02/2008, S. 16-19.
- Nührenbörger, M. u. a. (2006):** Mit Unterschieden rechnen: Lernumgebungen und Materialien für einen differenzierten Anfangsunterricht Mathematik. Seelze: Kallmeyer bei Friedrich in Velber
- Rasch, R. (2007):** Offene Aufgaben für individuelles Lernen im Mathematikunterricht der Grundschule 1+2. Aufgabenbeispiele und Schülerbearbeitungen. Seelze: Kallmeyer bei Friedrich in Velber
- Rödler, K. (2007):** Die rot-blauen Würfel und Fünferstangen - Rechnen durch Handel. Seelze: Kallmeyer bei Friedrich in Velber, Kopiervorlage S. 40.
- Schwalm, A. (2008):** Erarbeitung von Diagrammen in einem zweiten Schuljahr. In: Grundschulunterricht Mathematik 2, S. 20-23.
- Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (Hrsg.) (2005):** Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich, Beschluss vom 15.10.2004. München: Luchterhand, S. 6.
- Senatsverwaltung für Bildung, Wissenschaft und Forschung (Hrsg) (2007):** Lern-dokumentation Mathematik - Anregungsmaterialien. Berlin
- Senatsverwaltung für Bildung, Wissenschaft und Forschung (Hrsg) (2009):** LauBe/ Lernausgangslage Berlin – Schulanfangsphase. Berlin
- Selter, C./Sundermann, B. (2005):** Mit Eigenproduktionen individualisieren. In: Christiani, R. (Hrsg.): Jahrgangsübergreifend unterrichten. Berlin: Cornelsen, S.125 ff.
- Selter, Ch./Sundermann, B. (2006):** Beurteilen und Fördern im Mathematikunterricht. Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor, S.124 ff.
- Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung München (2007):** Unterrichten in jahrgangskombinierten Klassen. Donauwörth: Auerverlag, S. 179 f.
- Van der Linde, E./Schagerl, U. (2007):** Kursbuch jahrgangsübergreifender Unterricht. München: Oldenbourg Praxis Bibliothek, S. 49-100.
- Verboom, L.(2004):** Entdeckend üben will gelernt sein. In: Die Grundschulzeitschrift /177.
- Wittmann, E. Ch., Müller, G. N. (2004):** Das Zahlenbuch 1. Lehrerband. Leipzig: Klett Grundschulverlag.
- Wittmann, E. u. Müller, G. (2007):** Blitzrechenoffensive – Anregungen für eine intensive Förderung mathematischer Basiskompetenzen. Leipzig : Klett Grundschulverlag.
- Wittmann, E. u. Müller, G. (2006):** Blitzrechnen: Basiskurs Zahlen. Teil 1, 2 und 3, Leipzig: Klett Grundschulverlag.

